517
М34

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовые расчеты

Часть II

Чебоксары 2001

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Чувашский государственный университет имени И.Н.Ульянова

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовые расчеты

Часть II

Чебоксары 2001

УДК 517

Составители:
В.Г.Агаков,
М.Т.Баринов, В.П.Бычков,
В.Н.Орлов, Н.Д.Поляков,
А.С.Сабиров, С.С.Сайкин,
А.П.Тарасов, В.А.Тобоев

Математический анализ: В 2 ч. Ч. 2. Типовые расчеты / Сост. В.Г.Агаков, М.Т.Баринов, В.П.Бычков и др.; Чуваш. ун-т. Чебоксары, 2001. 95 с.

Приводятся типовые расчеты по математическому анализу. Составлены четыре расчетно-графические работы. При составлении заданий были использованы задачи из учебных пособий "Сборник заданий по высшей математике" (для студентов технических специальностей, автор – Л.А.Кузнецов) и "Сборник заданий по специальным курсам высшей математики" (для студентов технических специальностей, автор – В.Ф.Чудесенко).

Для студентов технических факультетов.

Ответственный редактор профессор В.Г.Агаков

Чу...
гос. у... ...т
БИБЛИОТЕКА

Утверждено Методическим советом университета

Типовой расчет № 5.
Кратные интегралы. Векторный анализ

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

1.1. $\displaystyle\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^{0} f(x,y)\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{-y}}^{0} f(x,y)\,dx.$

1.2. $\displaystyle\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f(x,y)\,dx.$

1.3. $\displaystyle\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y} f(x,y)\,dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f(x,y)\,dx.$

1.4. $\displaystyle\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f(x,y)\,dx.$

1.5. $\displaystyle\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f(x,y)\,dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{0} f(x,y)\,dy.$

1.6. $\displaystyle\int_{0}^{1/\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\arcsin y} f(x,y)\,dx + \int_{1/\sqrt{2}}^{1} dy \int_{0}^{\arcsin y} f(x,y)\,dx.$

1.7. $\displaystyle\int_{-2}^{-1} dy \int_{0}^{\sqrt{2+y}} f(x,y)\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-y}} f(x,y)\,dx.$

1.8. $\displaystyle\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,dx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\ln y} f(x,y)\,dx.$

1.9. $\displaystyle\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)\,dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x^2} f(x,y)\,dy.$

1.10. $\int\limits_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} f(x,y)\,dy + \int\limits_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int\limits_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} f(x,y)\,dy.$

1.11. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{1-x^2}^{1} f(x,y)\,dy + \int\limits_{1}^{e} dx \int\limits_{\ln x}^{1} f(x,y)\,dy.$

1.12. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{3\sqrt{y}} f(x,y)\,dx + \int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{2-y} f(x,y)\,dx.$

1.13. $\int\limits_{0}^{\pi/4} dy \int\limits_{0}^{\sin y} f(x,y)\,dx + \int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int\limits_{0}^{\cos y} f(x,y)\,dx.$

1.14. $\int\limits_{-2}^{-1} dx \int\limits_{-(2+x)}^{0} f(x,y)\,dy + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{\sqrt[3]{x}}^{0} f(x,y)\,dy.$

1.15. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx + \int\limits_{1}^{e} dy \int\limits_{\ln y}^{1} f(x,y)\,dx.$

1.16. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,dx + \int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y}}^{0} f(x,y)\,dx.$

1.17. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-y}^{0} f(x,y)\,dx + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f(x,y)\,dx.$

1.18. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{y^2} f(x,y)\,dx + \int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{2-y} f(x,y)\,dx.$

1.19. $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} dx \int\limits_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} f(x,y)\,dy + \int\limits_{\sqrt{3}}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} f(x,y)\,dy.$

1.20. $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{-(2+y)}^{0} f(x,y)\,dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt[3]{y}}^{0} f(x,y)\,dx.$

1.21. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{y} f(x,y)\,dx + \int\limits_{1}^{e} dy \int\limits_{\ln y}^{1} f(x,y)\,dx.$

1.22. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x^2} f(x,y)\,dy + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)\,dy.$

1.23. $\int\limits_{0}^{\pi/4} dx \int\limits_{0}^{\sin x} f(x,y)\,dy + \int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int\limits_{0}^{\cos x} f(x,y)\,dy.$

1.24. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f(x,y)\,dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{y}^{0} f(x,y)\,dx.$

1.25. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x^2} f(x,y)\,dy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{0}^{2-x} f(x,y)\,dy.$

Задача 2. Вычислить двойные интегралы.

2.1. $\iint\limits_{D} ye^{\frac{xy}{2}}\,dxdy,\ D:\{y=\ln 2, y=\ln 3, x=2, x=4\}.$

2.2. $\iint\limits_{D} y^2 \sin\frac{xy}{2}\,dxdy,\ D:\left\{x=0, y=\sqrt{\pi}, y=\frac{x}{2}\right\}.$

2.3. $\iint\limits_{D} y\cos(xy)\,dxdy,\ D:\left\{y=\frac{\pi}{2}, y=\pi, x=1, x=2\right\}.$

2.4. $\iint\limits_{D} y^2 e^{-\frac{xy}{4}}\,dxdy,\ D:\{x=0, y=2, y=x\}.$

2.5. $\iint\limits_{D} y\sin(xy)\,dxdy,\ D:\left\{y=\frac{\pi}{2}, y=\pi, x=1, x=2\right\}.$

2.6. $\iint\limits_{D} y^2 \cos\frac{xy}{2}\,dxdy,\ D:\left\{x=0, y=\frac{\sqrt{\pi}}{2}, y=\frac{x}{2}\right\}.$

2.7. $\iint\limits_D 4y \cdot e^{2xy}\, dxdy,\ D: \left\{y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{2}, x = 1\right\}.$

2.8. $\iint\limits_D 4y^2 \sin(xy)\, dxdy,\ D: \left\{x = 0, y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = x\right\}.$

2.9. $\iint\limits_D y\cos(2xy)\, dxdy,\ D: \left\{y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = \frac{1}{2}, x = 1\right\}.$

2.10. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{8}}\, dxdy,\ D: \left\{x = 0, y = 2, y = \frac{x}{2}\right\}.$

2.11. $\iint\limits_D 12y \cdot \sin(2xy)\, dxdy,\ D: \left\{y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{2}, x = 2, x = 3\right\}.$

2.12. $\iint\limits_D ye^{\frac{xy}{4}}\, dxdy,\ D: \{y = \ln 2, y = \ln 3, x = 4, x = 8\}.$

2.13. $\iint\limits_D y^2 \cos(xy)\, dxdy,\ D: \{x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = x\}.$

2.14. $\iint\limits_D 4y^2 \sin(2xy)\, dxdy,\ D: \{x = 0, y = \sqrt{2\pi}, y = 2x\}.$

2.15. $\iint\limits_D 2y\cos(2xy)\, dxdy,\ D: \left\{y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{2}, x = 1, x = 2\right\}.$

2.16. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}}\, dxdy,\ D: \{x = 0, y = \sqrt{2}, y = x\}.$

2.17. $\iint\limits_D y \cdot \sin(xy)\, dxdy,\ D: \left\{y = \pi, y = 2\pi, x = \frac{1}{2}, x = 1\right\}.$

2.18. $\iint\limits_D y^2 \cos(2xy)\, dxdy,\ D: \left\{x = 0, y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = \frac{x}{2}\right\}.$

2.19. $\iint\limits_D 8ye^{4xy}\, dxdy,\ D: \left\{y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}\right\}.$

2.20. $\iint\limits_D 3y^2 \cdot \sin\left(\frac{xy}{2}\right)\, dxdy,\ D: \left\{x = 0, y = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}, y = \frac{2}{3}x\right\}.$

2.21. $\iint\limits_D y\cos(xy)\, dxdy,\ D: \left\{y = \pi, y = 3\pi, x = \frac{1}{2}, x = 1\right\}.$

2.22. $\iint\limits_D y \cdot \sin(2xy)\, dxdy,\ D: \left\{y = \frac{\pi}{2}, y = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{1}{2}, x = 2\right\}.$

2.23. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}}\, dxdy,\ D: \left\{x = 0, y = 1, y = \frac{x}{2}\right\}.$

2.24. $\iint\limits_D y^2\cos(xy)\, dxdy,\ D: \{x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = 2x\}.$

2.25. $\iint\limits_D 6ye^{\frac{xy}{3}}\, dxdy,\ D: \{y = \ln 2, y = \ln 3, x = 3, x = 6\}.$

Задача 3. Вычислить тройные интегралы.

3.1. $\iiint\limits_V x\, dxdydz,\ V: \{y = 10x, y = 0, x = 1, z = xy, z = 0\}.$

3.2. $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\left(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8}\right)^4},$

$V: \left\{\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1, x = 0, y = 0, z = 0\right\}.$

3.3. $\iiint\limits_V 15(y^2 + z^2)\, dxdydz,$

$V: \{z = x + y, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0\}.$

3.4. $\iiint\limits_V (3x + 4y)\, dxdydz,$

$V: \{y = x, y = 0, x = 1, z = 5(x^2 + y^2), z = 0\}.$

3.5. $\iiint\limits_V (1 + 2x^3)\, dxdydz,$

$V: \{y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}, z = 0\}.$

3.6. $\iiint\limits_V (27+54y^3)\,dxdydz,$

$V:\{y=x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0\}.$

3.7. $\iiint\limits_V y\,dxdydz,\ V:\{y=15x, y=0, x=1, z=xy, z=0\}.$

3.8. $\iiint\limits_V \dfrac{dxdydz}{\left(1+\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^5},$

$V:\left\{\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}=1, x=0, y=0, z=0\right\}.$

3.9. $\iiint\limits_V (3x^2+y^2)\,dxdydz,$

$V:\{z=10y, x+y=1, x=0, y=0, z=0\}.$

3.10. $\iiint\limits_V (15x+30z)\,dxdydz,$

$V:\{z=x^2+3y^2, z=0, y=x, y=0, x=1\}.$

3.11. $\iiint\limits_V (4+8z^3)\,dxdydz,$

$V:\{z=\sqrt{xy}, z=0, y=x, y=0, x=1\}.$

3.12. $\iiint\limits_V (1+2x^3)\,dxdydz,$

$V:\{y=36x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0\}.$

3.13. $\iiint\limits_V 21xz\,dxdydz,\ V:\{y=x, y=0, x=2, z=xy, z=0\}.$

3.14. $\iiint\limits_V \dfrac{dxdydz}{\left(1+\frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^6},$

$V:\left\{\left(\frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)=1, x=0, y=0, z=0\right\}.$

3.15. $\iiint\limits_V (x^2+3y^2)\,dxdydz,$

$V: \{z = 10x, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0\}.$

3.16. $\iiint\limits_V (60y + 90z)\, dxdydz,$

$V: \{y = x, y = 0, x = 1, z = x^2 + y^2, z = 0\}.$

3.17. $\iiint\limits_V \left(\frac{10}{3}x + \frac{5}{3}\right) dxdydz,$

$V: \{y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}, z = 0\}.$

3.18. $\iiint\limits_V (9 + 18z)\, dxdydz,$

$V: \{y = 4x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}, z = 0\}.$

3.19. $\iiint\limits_V 3y^2\, dxdydz, V: \{y = 2x, y = 0, x = 2, z = xy, z = 0\}.$

3.20. $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6}\right)^4},$

$V: \left\{\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1, x = 0, y = 0, z = 0\right\}.$

3.21. $\iiint\limits_V x^2\, dxdydz,$

$V: \{z = 10(x + 3y), x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0\}.$

3.22. $\iiint\limits_V (8y + 12z)\, dxdydz,$

$V: \{y = x, y = 0, x = 1, z = 3x^2 + 2y^2, z = 0\}.$

3.23. $\iiint\limits_V (1 + 2\sqrt{y})\, dxdydz,$

$V: \{y = x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}, z = 0\}.$

3.24. $\iiint\limits_V (x + y)\, dxdydz,$

$V: \{y = x, y = 0, x = 1, z = 30x^2 + 60y^2, z = 0\}.$

3.25. $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\left(1+\frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}\right)^5}$,

$V: \left\{\frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}=1, x=0, y=0, z=0\right\}$.

Задача 4. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

4.1. $y=3/x$, $y=4e^x$, $y=3$, $y=4$.

4.2. $x=\sqrt{36-y^2}$, $x=6-\sqrt{36-y^2}$.

4.3. $x^2+y^2=72$, $6y=-x^2$ $(y\leqslant 0)$.

4.4. $x=8-y^2$, $x=-2y$.

4.5. $y=3/x$, $y=8e^x$, $y=3$, $y=8$.

4.6. $y=\sqrt{x}/2$, $y=1/(2x)$, $x=16$.

4.7. $x=5-y^2$, $x=-4y$.

4.8. $x^2+y^2=12$, $-\sqrt{6}y=x^2$, $y\leqslant 0$.

4.9. $y=\sqrt{12-x^2}$, $y=2\sqrt{3}-\sqrt{12-x^2}$, $x=0$ $(x\geqslant 0)$.

4.10. $y=\frac{3}{2}\sqrt{x}$, $y=\frac{3}{2x}$, $x=9$.

4.11. $y=\sqrt{24-x^2}$, $2\sqrt{3}y=x^2$, $x=0$, $x\geqslant 0$.

4.12. $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$, $x\geqslant 0$.

4.13. $y=20-x^2$, $y=-8x$.

4.14. $y=\sqrt{18-x^2}$, $y=3\sqrt{2}-\sqrt{18-x^2}$.

4.15. $y=32-x^2$, $y=-4x$.

4.16. $y=2/x$, $y=5e^x$, $y=2$, $y=5$.

4.17. $x^2+y^2=36$, $3\sqrt{2}y=x^2$, $y\geqslant 0$.

4.18. $y=3\sqrt{x}$, $y=3/x$, $x=4$.

4.19. $y=6-\sqrt{36-x^2}$, $y=\sqrt{36-x^2}$, $x=0$, $x\geqslant 0$.

4.20. $y=25/4-x^2$, $y=x-5/2$.

4.21. $y=\sqrt{x}$, $y=1/x$, $x=16$.

4.22. $y=2/x$, $y=7e^x$, $y=2$, $y=7$.

4.23. $y=27-y^2$, $x=-6y$.

4.24. $y=0$, $x=\sqrt{72-y^2}$, $6x=y^2$, $y\geqslant 0$.

4.25. $y=\sqrt{6-x^2}$, $y=\sqrt{6}-\sqrt{6-x^2}$.

Задача 5. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

5.1. $y^2 + x^2 - 2y = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.2. $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x/\sqrt{3}$.

5.3. $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.4. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x$.

5.5. $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.6. $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x$.

5.7. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

5.8. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 10x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{3}x$.

5.9. $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

5.10. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.11. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $x = 0$.

5.12. $x^2 - 5x + y^2 = 0$, $x^2 - 6x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.13. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $x = 0$.

5.14. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.15. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $x = 0$.

5.16. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x/\sqrt{3}$.

5.17. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.18. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 6x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x/\sqrt{3}$.

5.19. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

5.20. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x$.

5.21. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

5.22. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{3}x$.

5.23. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

5.24. $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{3}x$.

5.25. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

Задача 6. Найти массу пластины D, ограниченной заданными линиями, если плотность ее поверхности μ.

6.1. D: $x = 1$, $y = 0$, $y^2 = 4x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2 + y$.

6.2. D: $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{x + y}{x^2 + y^2}.$$

6.3. D: $x = 1$, $y = 0$, $y^2 = 4x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2/2 + 5y$.

6.4. D: $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 16$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{2x + 5y}{x^2 + y^2}.$$

6.5. D: $x = 2$, $y = 0$, $y^2 = 2x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2/8 + 2y$.

6.6. D: $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 16$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{x + y}{x^2 + y^2}.$$

6.7. D: $x = 2$, $y = 0$, $y^2 = x/2$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2/2 + 6y$.

6.8. D: $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 25$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \leqslant 0$,

$$\mu = \frac{2x - 3y}{x^2 + y^2}.$$

6.9. D: $x = 1$, $y = 0$, $y^2 = 4x$, $y \geqslant 0$, $\mu = x + 3y^2$.

6.10. D: $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{x - y}{x^2 + y^2}.$$

6.11. D: $x = 1$, $y = 0$, $y^2 = x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 3x + 6y^2$.

6.12. D: $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 25$, $x = 0$, $y = 0$, $x \leqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{2y - x}{x^2 + y^2}.$$

6.13. D: $x = 2$, $y = 0$, $y^2 = x/2$, $y \geqslant 0$, $\mu = 2x + 3y^2$.

6.14. D: $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 16$, $x = 0$, $y = 0$, $x \leqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{2y - 3x}{x^2 + y^2}.$$

6.15. D: $x = \frac{1}{2}$, $y = 0$, $y^2 = 8x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x + 3y^2$.

6.16. D: $x^2+y^2=9$, $x^2+y^2=16$, $x=0$, $y=0$, $x \leqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{2y-5x}{x^2+y^2}.$$

6.17. D: $x=1$, $y=0$, $y^2=4x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2+2y$.

6.18. D: $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=16$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{x+3y}{x^2+y^2}.$$

6.19. D: $x=2$, $y=0$, $y^2=2x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2/2+y/2$.

6.20. D: $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=4$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{x+2y}{x^2+y^2}.$$

6.21. D: $x=2$, $y=0$, $y^2=2x$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2/4+y$.

6.22. D: $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=9$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{2x-y}{x^2+y^2}.$$

6.23. D: $x=2$, $y=0$, $y^2=x/2$, $y \geqslant 0$, $\mu = 7x^2/4+8y$.

6.24. D: $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=25$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$$\mu = \frac{x-4y}{x^2+y^2}.$$

6.25. D: $x=1$, $y=0$, $y^2=4x$, $y \geqslant 0$, $6x+3y^2$.

Задача 7. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

7.1. $y=16\sqrt{2x}$, $y=\sqrt{2x}$, $z=0$, $x+z=2$.

7.2. $y=5\sqrt{x}$, $y=5x/3$, $z=0$, $z=5+5\sqrt{x}/3$.

7.3. $x^2+y^2=2$, $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $z=0$, $z=15x$.

7.4. $x+y=2$, $y=\sqrt{x}$, $z=12y$, $z=0$.

7.5. $x=20\sqrt{2y}$, $x=5\sqrt{2y}$, $z=0$, $z+y=\dfrac{1}{2}$.

7.6. $x=\dfrac{5\sqrt{y}}{2}$, $x=\dfrac{5y}{6}$, $z=0$, $z=\dfrac{5}{6}(3+\sqrt{y})$.

7.7. $x^2+y^2=2$, $x=\sqrt{y}$, $x=0$, $z=0$, $z=30y$.

7.8. $x+y=2,\ x=\sqrt{y},\ z=\dfrac{12x}{5},\ z=0.$

7.9. $y=17\sqrt{2x},\ y=2\sqrt{2x},\ z=0,\ x+z=\dfrac{1}{2}.$

7.10. $y=\dfrac{5\sqrt{x}}{3},\ y=\dfrac{5x}{9},\ z=0,\ z=\dfrac{5(3+\sqrt{x})}{9}.$

7.11. $x^2+y^2=8,\ y=\sqrt{2x},\ y=0,\ z=0,\ z=\dfrac{15x}{11}.$

7.12. $x+y=4,\ y=\sqrt{2x},\ z=3y,\ z=0.$

7.13. $x=\dfrac{5}{6}\sqrt{y},\ x=\dfrac{5}{18}y,\ z=0,\ z=\dfrac{5}{18}(3+\sqrt{y}).$

7.14. $x=19\sqrt{2y},\ x=4\sqrt{2y},\ z=0,\ z+y=2.$

7.15. $x^2+y^2=8,\ x=\sqrt{2y},\ x=0,\ z=\dfrac{30y}{11},\ z=0.$

7.16. $x+y=4,\ x=\sqrt{2y},\ z=\dfrac{3x}{5},\ z=0.$

7.17. $y=6\sqrt{3x},\ y=\sqrt{3x},\ z=0,\ x+z=3.$

7.18. $y=\dfrac{5}{6}\sqrt{x},\ y=\dfrac{5}{18}x,\ z=0,\ z=\dfrac{5}{18}(3+\sqrt{x}).$

7.19. $x^2+y^2=18,\ y=\sqrt{3x},\ y=0,\ z=0,\ z=\dfrac{5x}{11}.$

7.20. $x+y=6,\ y=\sqrt{3x},\ z=4y,\ z=0.$

7.21. $x=7\sqrt{3y},\ x=2\sqrt{3y},\ z=0,\ z+y=3.$

7.22. $x=\dfrac{5\sqrt{y}}{3},\ x=\dfrac{5y}{9},\ z=0,\ z=\dfrac{5(3+\sqrt{y})}{9}.$

7.23. $x^2+y^2=18,\ x=\sqrt{3y},\ x=0,\ z=0,\ z=\dfrac{10y}{11}.$

7.24. $x+y=6,\ x=\sqrt{3y},\ z=\dfrac{4x}{5},\ z=0.$

7.25. $y=\sqrt{15x},\ y=\sqrt{15}x,\ z=0,\ z=\sqrt{15}(1+\sqrt{x}).$

Задача 8. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

8.1. $x^2+y^2=2y,\ z=\dfrac{5}{4}-x^2,\ z=0.$

8.2. $x^2+y^2=y,\ x^2+y^2=4y,\ z=\sqrt{x^2+y^2},\ z=0.$

8.3. $x^2+y^2=8\sqrt{2}x$, $z=x^2+y^2-64$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.4. $x^2+y^2=-4x$, $z=8-y^2$, $z=0$.

8.5. $x^2+y^2=6x$, $x^2+y^2=9x$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$.

8.6. $x^2+y^2=6\sqrt{2}y$, $z=x^2+y^2-36$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.7. $x^2+y^2=2y$, $z=\dfrac{9}{4}-x^2$, $z=0$.

8.8. $x^2+y^2=2y$, $x^2+y^2=5y$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$.

8.9. $x^2+y^2+2\sqrt{2}y=0$, $z=x^2+y^2-4$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.10. $x^2+y^2=4x$, $z=10-y^2$, $z=0$.

8.11. $x^2+y^2=7x$, $x^2+y^2=10x$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$, $y=0$, $y\leqslant 0$.

8.12. $x^2+y^2=8\sqrt{2}y$, $z=y^2+x^2-64$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.13. $x^2+y^2=2y$, $z=\dfrac{13}{4}-x^2$, $z=0$.

8.14. $x^2+y^2=3y$, $x^2+y^2=6y$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$.

8.15. $x^2+y^2=6\sqrt{2}y$, $z=y^2+x^2-36$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.16. $x^2+y^2=2\sqrt{2}y$, $z=x^2+y^2-4$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.17. $x^2+y^2=4x$, $z=12-y^2$, $z=0$.

8.18. $x^2+y^2=8x$, $x^2+y^2=11x$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$, $y=0$, $y\leqslant 0$.

8.19. $x^2+y^2=4\sqrt{2}x$, $z=x^2+y^2-16$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.20. $x^2+y^2=4y$, $z=4-x^2$, $z=0$.

8.21. $x^2+y^2=4y$, $x^2+y^2=7y$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$.

8.22. $x^2+y^2=4\sqrt{2}y$, $z=x^2+y^2-16$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

8.23. $x^2+y^2+2x=0$, $z=\dfrac{17}{4}-y^2$, $z=0$.

8.24. $x^2+y^2=9x$, $x^2+y^2=12x$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$, $y=0$, $y\geqslant 0$.

8.25. $x^2+y^2+2\sqrt{2}x=0$, $z=x^2+y^2-4$, $z=0$, $z\geqslant 0$.

Задача 9. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

9.1. $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$, $\dfrac{9z}{2}=x^2+y^2$.

9.2. $z = \dfrac{15\sqrt{x^2+y^2}}{2}$, $z = \dfrac{17}{2} - x^2 - y^2$.

9.3. $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{255}}$.

9.4. $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}$, $z = 1$, $x^2 + y^2 = 60$ (внутри цилиндра).

9.5. $z = \sqrt{\dfrac{16}{9} - x^2 - y^2}$, $2z = x^2 + y^2$.

9.6. $z = 3\sqrt{x^2+y^2}$, $z = 10 - x^2 - y^2 = 60$.

9.7. $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{99}}$.

9.8. $z = \sqrt{100 - x^2 - y^2}$, $z = 6$, $x^2 + y^2 = 51$ (внутри цилиндра).

9.9. $z = \dfrac{21}{2}\sqrt{x^2+y^2}$, $z = \dfrac{23}{2} - x^2 - y^2$.

9.10. $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, $6z = x^2 + y^2$.

9.11. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{80}}$.

9.12. $z = \sqrt{81 - x^2 - y^2}$, $z = 5$, $x^2 + y^2 = 45$ (внутри цилиндра).

9.13. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $\dfrac{3z}{2} = x^2 + y^2$.

9.14. $z = 6\sqrt{x^2+y^2}$, $z = 16 - x^2 - y^2$.

9.15. $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{63}}$.

9.16. $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}$, $z = 4$, $x^2 + y^2 = 39$ (внутри цилиндра).

9.17. $z = \sqrt{144 - x^2 - y^2}$, $18z = x^2 + y^2$.

9.18. $z = \dfrac{3}{2}\sqrt{x^2+y^2}$, $z = \dfrac{5}{2} - x^2 - y^2$.

9.19. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{35}}$.

9.20. $z = \sqrt{49 - x^2 - y^2}$, $x^2 + y^2 = 33$ (внутри цилиндра).

9.21. $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$, $9z = x^2 + y^2$.

9.22. $z = 9\sqrt{x^2+y^2}$, $z = 22 - x^2 - y^2$.

9.23. $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{15}}$.

9.24. $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$, $z = 2$, $x^2 + y^2 = 27$ (внутри цилиндра).

9.25. $z = \sqrt{\dfrac{4}{9} - x^2 - y^2}$, $z = x^2 + y^2$.

Задача 10. Найти объем тела, заданного неравенствами.

10.1. $1 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 49$, $-\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{35}} \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}$,
$-x \leqslant y \leqslant 0$.

10.2. $4 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 64$, $\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{15}} \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}$,
$-\sqrt{3}x \leqslant y \leqslant 0$.

10.3. $4 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 64$, $z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}$, $-\dfrac{x}{\sqrt{3}} \leqslant y \leqslant 0$.

10.4. $4 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 36$, $z \geqslant -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{63}}$, $0 \leqslant y \leqslant -\dfrac{x}{\sqrt{3}}$.

10.5. $1 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 36$, $z \geqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}$, $-\sqrt{3}x \leqslant y \leqslant \sqrt{3}x$.

10.6. $25 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 100$, $z \leqslant -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}$, $\sqrt{3}x \leqslant y \leqslant -\sqrt{3}x$.

10.7. $1 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 49$, $0 \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{24}}$, $y \leqslant -\dfrac{x}{\sqrt{3}}$,
$y \leqslant -\sqrt{3}x$.

10.8. $25 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 121$, $-\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{24}} \leqslant z \leqslant 0$, $y \geqslant -x\sqrt{3}$,
$y \geqslant -\sqrt{3x}$.

10.9. $4 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 64$, $-\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{35}} \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}$, $x \leqslant y \leqslant 0$.

10.10. $16 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 100$, $\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{15}} \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}$,
$\sqrt{3}x \leqslant y \leqslant 0$.

гос. у.
БИБЛИОТЕКА

10.11. $16 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 100,\ z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}},\ -\sqrt{3}x \leqslant y \leqslant -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.12. $16 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 64,\ z \geqslant -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{63}},\ -\dfrac{x}{\sqrt{3}} \leqslant y \leqslant -\sqrt{3}x.$

10.13. $4 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 49,\ z \geqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{99}},\ y \leqslant 0,\ y \leqslant \sqrt{3}x.$

10.14. $36 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 121,\ z \leqslant -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{99}},\ y \geqslant \sqrt{3}x,\ y \geqslant 0.$

10.15. $4 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 64,\ 0 \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}},\ y \leqslant \sqrt{3}x,\ y \leqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.16. $36 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 144,\ -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}} \leqslant z \leqslant 0,\ y \geqslant \sqrt{3}x,$
$y \geqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.17. $9 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 81,\ -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}} \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{35}},$
$0 \leqslant y \leqslant -x.$

10.18. $36 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 144,\ -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}} \leqslant z \leqslant -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{15}},$
$0 \leqslant y \leqslant \sqrt{3}x.$

10.19. $36 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 144,\ z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}},\ \sqrt{3}x \leqslant y \leqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.20. $36 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 100,\ z \geqslant -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{63}},\ \dfrac{x}{\sqrt{3}} \leqslant y \leqslant \sqrt{3}x.$

10.21. $9 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 64,\ z \geqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{99}},\ y \leqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y \leqslant -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.22. $49 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 144,\ z \leqslant -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{99}},\ y \geqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y \geqslant -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.23. $9 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 81,\ 0 \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}},\ y \leqslant 0,\ y \leqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.24. $49 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 169,\ -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}} \leqslant z \leqslant 0,\ y \geqslant 0,\ y \geqslant \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

10.25. $16 \leqslant x^2+y^2+z^2 \leqslant 100$, $-\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}} \leqslant z \leqslant \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{35}}$,

$0 \leqslant y \leqslant x$.

Задача 11. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, μ – плотность. Найти массу тела.

11.1. $64(x^2+y^2)=z^2$, $x^2+y^2=4$, $y=0$, $z=0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$,

$\mu = \dfrac{5}{4}(x^2+y^2)$.

11.2. $x^2+y^2+z^2=4$, $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2 \leqslant 1$, $x=0$, $x \geqslant 0$,

$\mu = 4 \cdot |z|$.

11.3. $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=2z$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$\mu = 10x$.

11.4. $x^2+y^2=\dfrac{16}{49}z^2$, $x^2+y^2=\dfrac{4}{7}z$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$\mu = 80yz$.

11.5. $x^2+y^2+z^2=1$, $x^2+y^2=4z^2$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$z \geqslant 0$, $\mu = 20z$.

11.6. $36(x^2+y^2)=z^2$, $x^2+y^2=1$, $x=0$, $z=0$, $x \geqslant 0$, $z \geqslant 0$,

$\mu = \dfrac{5}{6}(x^2+y^2)$.

11.7. $x^2+y^2+z^2=16$, $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2 \leqslant 4$, $\mu = 2 \cdot |z|$.

11.8. $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2=8z$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$\mu = 5x$.

11.9. $x^2+y^2=\dfrac{4}{25}z^2$, $x^2+y^2=\dfrac{2}{5}z$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$\mu = 28xz$.

11.10. $x^2+y^2+z^2=4$, $x^2+y^2=z^2$, $x=0$, $y=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$z \geqslant 0$, $\mu = 6z$.

11.11. $25(x^2+y^2)=z^2$, $x^2+y^2=4$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$,

$z \geqslant 0$, $\mu = 2(x^2+y^2)$.

11.12. $x^2+y^2+z^2=9$, $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2 \leqslant 4$, $y=0$, $y \geqslant 0$,

$\mu = |z|$.

11.13. $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 6z$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $\mu = 90y$.

11.14. $x^2 + y^2 = \dfrac{z^2}{25}$, $x^2 + y^2 = \dfrac{z}{5}$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $\mu = 14yz$.

11.15. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9z^2$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $\mu = 10z$.

11.16. $9(x^2 + y^2) = z^2$, $x^2 + y^2 = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $\mu = \dfrac{5}{3}(x^2 + y^2)$.

11.17. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 \leqslant 1$, $\mu = 6 \cdot |z|$.

11.18. $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = z$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $\mu = 10y$.

11.19. $x^2 + y^2 = \dfrac{z^2}{49}$, $x^2 + y^2 = \dfrac{z}{7}$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $\mu = 10xz$.

11.20. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 4z^2$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $\mu = 10z$.

11.21. $16(x^2 + y^2) = z^2$, $x^2 + y^2 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $\mu = 5(x^2 + y^2)$.

11.22. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 \leqslant 4$, $\mu = |z|$.

11.23. $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 4z$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $\mu = 5y$.

11.24. $x^2 + y^2 = z^2$, $x^2 + y^2 = z$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $\mu = 35yz$.

11.25. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x^2 + y^2 = z^2$, $x = 0$, $y = 0$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $\mu = 32z$.

Задача 12.

Варианты 1–14. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz.

12.1. $u = 4\ln(3 + x62) - 8xyz$, S: $x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1$; $M(1,1,1)$.

12.2. $u = x\sqrt{y} + y\sqrt{z}$, S: $4z + 2x^2 - y^2 = 0$, $M(2,4,4)$.

12.3. $u = -2\ln(x^2 - 5) - 4xyz$, S: $x^2 + 2y^2 - 2z^2 = 1$, $M(1,1,1)$.

12.4. $u = \frac{1}{4}x^2y - \sqrt{x^2 + 5z^2}$, S: $z^2 = x^2 + 4y^2 - 4$, $M\left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$.

12.5. $u = xz^2 - \sqrt{x^3y}$, S: $x^2 - y^2 - 3z + 12 = 0$, $M(2,2,4)$.

12.6. $u = x\sqrt{y} - yz^2$, S: $x^2 + y^2 = 4z$, $M(2,1,-1)$.

12.7. $u = 7\ln(1/13 + x^2) - 4xyz$, S: $7x^2 - 4y^2 + 4z^2 = 7$, $M(1,1,1)$.

12.8. $u = \operatorname{arctg}(y/x) + xz$, S: $x^2 + y^2 - 2z = 10$, $M(2,2,-1)$.

12.9. $u = \ln(1 + x^2) - xy\sqrt{z}$, S: $4x^2 - y^2 + z^2 = 16$, $M(1,-2,4)$.

12.10. $u = \sqrt{x^2 + y^2} - z$, S: $x^2 + y^2 = 24z$, $M(3,4,1)$.

12.11. $u = x\sqrt{y} - (x + y)\sqrt{x}$, S: $x^2 - y^2 + z^2 = 4$, $M(1,1,2)$.

12.12. $u = \sqrt{xy} - \sqrt{4 - z^2}$, S: $z = x^2 - y^2$, $M(1,1,0)$.

12.13. $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$, S: $2x^2 - y^2 + z^2 - 1 = 0$, $M(0,-3,4)$.

12.14. $u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$, S: $x^2 - 6x + 9y^2 + z^2 = 4z + 4$, $M(3,0,-4)$.

Варианты 15–25. Найти производную скалярного поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению вектора $\mathbf{l}$.

12.15. $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$, $\mathbf{l} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $M(1,1,1)$.

12.16. $u = x + \ln(x^2 + y^2)$, $\mathbf{l} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $M(2,1,1)$.

12.17. $u = x^2y - \sqrt{xy + z^2}$, $\mathbf{l} = 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $M(1,5,-2)$.

12.18. $u = y\ln(1 + x^2) - \operatorname{arctg} z$, $\mathbf{l} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $M(0,1,1)$.

12.19. $u = x(\ln y - \operatorname{arctg} z)$, $\mathbf{l} = 8\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, $M(-2,1,-1)$.

12.20. $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$, $\mathbf{l} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $M(0,1,1)$.

12.21. $u = \sin(x + 2y) + \sqrt{xyz}$, $\mathbf{l} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $M(\pi/2, 3\pi/2, 3)$.

12.22. $u = x^2y^2z - \ln(z - 1)$, $\mathbf{l} = 5\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\sqrt{5}\mathbf{k}$, $M(1,1,2)$.

12.23. $u = x^3 + \sqrt{y^2 + z^2}$, $\mathbf{l} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $M(1,-3,4)$.

12.24. $u = \frac{\sqrt{x}}{y} - \frac{yz}{x + \sqrt{y}}$, $\mathbf{l} = 2\mathbf{i} + \mathbf{k}$, $M(4,1,-2)$.

12.25. $u = \sqrt{xy} + \sqrt{9 - z^2}$, $\mathbf{l} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $M(1, 1, 0)$.

Задача 13. Найти векторные линии в векторном поле $\mathbf{a}$.

13.1. $\mathbf{a} = 4y\mathbf{i} - 9x\mathbf{j}$.

13.2. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j}$.

13.3. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 4y\mathbf{j}$.

13.4. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$.

13.5. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 4y\mathbf{j}$.

13.6. $\mathbf{a} = 3x\mathbf{i} + 6z\mathbf{k}$.

13.7. $\mathbf{a} = 4z\mathbf{i} - 9x\mathbf{k}$.

13.8. $\mathbf{a} = 2z\mathbf{i} + 3x\mathbf{k}$.

13.9. $\mathbf{a} = 4y\mathbf{j} + 8z\mathbf{k}$.

13.10. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + 3z\mathbf{k}$.

13.11. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 8z\mathbf{k}$.

13.12. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3z\mathbf{k}$.

13.13. $\mathbf{a} = 4z\mathbf{j} - 9y\mathbf{k}$.

13.14. $\mathbf{a} = 2z\mathbf{j} + 3y\mathbf{k}$.

13.15. $\mathbf{a} = 5x\mathbf{i} + 10y\mathbf{j}$.

13.16. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 6y\mathbf{j}$.

13.17. $\mathbf{a} = y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$.

13.18. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

13.19. $\mathbf{a} = 9y\mathbf{i} - 4x\mathbf{j}$.

13.20. $\mathbf{a} = 5y\mathbf{i} + 7x\mathbf{j}$.

13.21. $\mathbf{a} = 6x\mathbf{i} - 12z\mathbf{k}$.

13.22. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{j} + 6z\mathbf{k}$.

13.23. $\mathbf{a} = 4x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$.

13.24. $\mathbf{a} = 9z\mathbf{i} - 4x\mathbf{k}$.

13.25. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + z\mathbf{k}$.

Задача 14. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S двумя способами: а) непосредственно; б) по формуле Остроградского-Гаусса.

14.1. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 2$.

14.2. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 4$.

14.3. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 3$.

14.4. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

14.5. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 5$.

14.6. $\mathbf{a} = (x - y)\mathbf{i} + (x + y)\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 2$.

14.7. $\mathbf{a} = (x + y)\mathbf{i} + (x - y)\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 4$.

14.8. $\mathbf{a} = (x^3 - xy^2)\mathbf{i} + (y^3 + x^2y)\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 3$.

14.9. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \sin z\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 5$.

14.10. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

14.11. $\mathbf{a} = (x + xy^2)\mathbf{i} + (y - yx^2)\mathbf{j} + (z - 3)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ $(z \geqslant 0)$.

14.12. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + \mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 4$ $(z \geqslant 0)$.

14.13. $\mathbf{a} = xy\mathbf{i} - x^2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ $(z \geqslant 0)$.

14.14. $\mathbf{a} = xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + (z^2 - 1)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 4$ $(z \geqslant 0)$.

14.15. $\mathbf{a} = y^2x\mathbf{i} - yx^2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 5$ $(z \geqslant 0)$.

14.16. $\mathbf{a} = (xz + y)\mathbf{i} + (yz - x)\mathbf{j} + (z^2 - 2)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 3$ $(z \geqslant 0)$.

14.17. $\mathbf{a} = xyz\mathbf{i} - x^2z\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 2$ $(z \geqslant 0)$.

14.18. $\mathbf{a} = (x + xy)\mathbf{i} + (y - x^2)\mathbf{j} + (z - 1)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 3$ $(z \geqslant 0)$.

14.19. $\mathbf{a} = (x + y)\mathbf{i} - (y - x)\mathbf{j} + (z - 2)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 2$ $(z \geqslant 0)$.

14.20. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + (z - 2)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 1$ $(z \geqslant 0)$.

14.21. $\mathbf{a} = (x + xz)\mathbf{i} + y\mathbf{j} + (z - x^2)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ $(z \geqslant 0)$.

14.22. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + (y + yz^2)\mathbf{j} + (z - zy^2)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ $(z \geqslant 0)$.

14.23. $\mathbf{a} = (x + z)\mathbf{i} + (y + z)\mathbf{j} + (z - x - y)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ $(z \geqslant 0)$.

14.24. $\mathbf{a} = (x + xy)\mathbf{i} + (y - x^2)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z = 0$ $(z \geqslant 0)$.

14.25. $\mathbf{a} = (x + z)\mathbf{i} + y\mathbf{j} + (z - x)\mathbf{k}$, S: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z = 0$ $(z \geqslant 0)$.

Задача 15. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть плоскости P, расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

15.1. $\mathbf{a} = 7x\mathbf{i} + (5\pi y + 2)\mathbf{j} + 4\pi z\mathbf{k}$, P: $x + \dfrac{y}{2} + 4z = 1$.

15.2. $\mathbf{a} = 2\pi x\mathbf{i} + (7y+2)\mathbf{j} - 7\pi z\mathbf{k}$, P: $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

15.3. $\mathbf{a} = 9\pi x\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{3} + y + z = 1$.

15.4. $\mathbf{a} = (2x+1)\mathbf{i} - y\mathbf{j} + 3\pi z\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{3} + y + 2z = 1$.

15.5. $\mathbf{a} = 7x\mathbf{i} + 9\pi y\mathbf{j} + \mathbf{k}$, P: $x + \frac{y}{3} + z = 1$.

15.6. $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 5y\mathbf{j} + 11\pi z\mathbf{k}$, P: $x + y + \frac{z}{3} = 1$.

15.7. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + (\pi z - 1)\mathbf{k}$, P: $2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

15.8. $\mathbf{a} = 5\pi x\mathbf{i} + (9y+1)\mathbf{j} + 4\pi z\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

15.9. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - y\mathbf{j} + \frac{3\pi}{2}z\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{3} + y + \frac{z}{4} = 1$.

15.10. $\mathbf{a} = 9\pi x\mathbf{i} + (5y+1)\mathbf{j} + 2\pi z\mathbf{k}$, P: $3x + y + \frac{z}{9} = 1$.

15.11. $\mathbf{a} = 7\pi x\mathbf{i} + 2\pi y\mathbf{j} + (7z+2)\mathbf{k}$, P: $x + y + \frac{z}{2} = 1$.

15.12. $\mathbf{a} = \pi y\mathbf{j} + (4-2z)\mathbf{k}$, P: $2x + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

15.13. $\mathbf{a} = (3\pi - 1)x\mathbf{i} + (9\pi y + 1)\mathbf{j} + 6\pi z\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1$.

15.14. $\mathbf{a} = \pi x\mathbf{i} + \frac{\pi}{2}y\mathbf{j} + (4-2z)\mathbf{k}$, P: $x + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

15.15. $\mathbf{a} = (5y+3)\mathbf{j} + 11\pi z\mathbf{k}$, P: $x + \frac{y}{3} + 4z = 1$.

15.16. $\mathbf{a} = 9\pi y\mathbf{j} + (7z+1)\mathbf{k}$, P: $x + y + z = 1$.

15.17. $\mathbf{a} = \pi y\mathbf{j} + (1-2z)\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + z = 1$.

15.18. $\mathbf{a} = (27\pi - 1)x\mathbf{i} + (34\pi y + 3)\mathbf{j} + 20\pi z\mathbf{k}$, P: $3x + \frac{y}{9} + z = 1$.

15.19. $\mathbf{a} = \pi x\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\pi z\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 1$.

15.20. $\mathbf{a} = 4\pi x\mathbf{i} + 7\pi y\mathbf{j} + (2z+1)\mathbf{k}$, P: $2x + \frac{y}{3} + 2z = 1$.

15.21. $\mathbf{a} = 3\pi x\mathbf{i} + 6\pi y\mathbf{j} + 10\mathbf{k}$, P: $2x + y + \frac{z}{3} = 1$.

15.22. $\mathbf{a} = \pi x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$, P: $2x + \frac{y}{6} + z = 1$.

15.23. $\mathbf{a} = (21\pi - 1)x\mathbf{i} + 62\pi y\mathbf{j} + (1 - 2\pi z)\mathbf{k}$, P: $8x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

15.24. $\mathbf{a} = \pi x\mathbf{i} + 2\pi y\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, P: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$.

15.25. $\mathbf{a} = 9\pi x\mathbf{i} + 2\pi y\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, P: $2x + 8y + \frac{z}{3} = 1$.

Задача 16. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

16.1. $\mathbf{a} = (x + z)\mathbf{i} + (z + y)\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ z = x,\ z = 0\ (z \geqslant 0). \end{cases}$

16.2. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z = 3x^2 + 2y^2 + 1, \\ x^2 + y^2 = 4,\ z = 0. \end{cases}$

16.3. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} y = x^2,\ y = 4x^2,\ y = 1\ (x \geqslant 0), \\ z = y,\ z = 0. \end{cases}$

16.4. $\mathbf{a} = 3x\mathbf{i} - z\mathbf{j}$, S: $\begin{cases} z = 6 - x^2 - y^2, \\ z^2 = x^2 + y^2\ (z \geqslant 0). \end{cases}$

16.5. $\mathbf{a} = (z + y)\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2y, \\ y = 2. \end{cases}$

16.6. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} - (x + 2y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1,\ z = 0, \\ x + 2y + 3z = 6. \end{cases}$

16.7. $\mathbf{a} = 2(z - y)\mathbf{j} + (x - z)\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z = x^2 + 3y^2 + 1,\ z = 0 \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

16.8. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + z\mathbf{j} - y\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z = 4 - 2(x^2 + y^2), \\ z = 2(x^2 + y^2). \end{cases}$

16.9. $\mathbf{a} = z\mathbf{i} - 4y\mathbf{j} + 2x\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ z = 1. \end{cases}$

16.10. $\mathbf{a} = 4x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} 3x + 2y = 12,\ 3x + y = 6,\ y = 0, \\ x + y + z = 6,\ z = 0. \end{cases}$

16.11. $\mathbf{a} = 8x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x + y = 1,\ x = 0,\ y = 0, \\ z = x^2 + y^2,\ z = 0. \end{cases}$

16.12. $\mathbf{a} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} 4z = x^2 + y^2, \\ z = 4. \end{cases}$

16.13. $\mathbf{a} = 6x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z = 3 - 2(x^2 + y^2), \\ z^2 = x^2 + y^2\ (z \geqslant 0). \end{cases}$

16.14. $\mathbf{a} = (z+y)\mathbf{i} + (x-z)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2+4y^2=4, \\ 3x+4y+z=12,\ z=1. \end{cases}$

16.15. $\mathbf{a} = (y+2z)\mathbf{i} - y\mathbf{j} + 3x\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} 3z = 27 - 2(x^2+y^2), \\ z^2 = x^2+y^2\ (z \geqslant 0). \end{cases}$

16.16. $\mathbf{a} = (y+6x)\mathbf{i} + 5(x+z)\mathbf{j} + 4y\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} y=x,\ y=2x,\ y=2, \\ z=x^2+y^2,\ z=0. \end{cases}$

16.17. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + 5y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=x,\ z=0\ (z \geqslant 0). \end{cases}$

16.18. $\mathbf{a} = z\mathbf{i} + (3y-x)\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=x^2+y^2+2,\ z=0. \end{cases}$

16.19. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + (x+2y)\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=2x, \\ z=x^2+y^2, \\ z=0. \end{cases}$

16.20. $\mathbf{a} = (x+y+z)\mathbf{i} + (2y-x)\mathbf{j} + (3z+y)\mathbf{k}$,

S: $\begin{cases} y=x,\ y=2x,\ x=1, \\ z=x^2+y^2+2, \\ z=0. \end{cases}$

16.21. $\mathbf{a} = 7x\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (x-y+5z)\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z=x^2+y^2, \\ z=x^2+2y^2, \\ y=x,\ y=2x,\ x=1. \end{cases}$

16.22. $\mathbf{a} = 17x\mathbf{i} + 7y\mathbf{j} + 11z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z=x^2+y^2, \\ z=2(x^2+y^2), \\ y=x^2,\ y=x. \end{cases}$

16.23. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=z, \\ z=2x. \end{cases}$

16.24. $\mathbf{a} = (2x+y)\mathbf{i} + (y+2z)\mathbf{k}$, S: $\begin{cases} z=2-4(x^2+y^2), \\ z=4(x^2+y^2). \end{cases}$

16.25. $\mathbf{a} = (2y-3z)\mathbf{i} + (3x+2z)\mathbf{j} + (x+y+z)\mathbf{k}$,

S: $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=4-x-y,\ z=0. \end{cases}$

Задача 17. Найти работу силы $\mathbf{F}$ при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N.

17.1. $\mathbf{F} = (x^2-2y)\mathbf{i} + (y^2-2x)\mathbf{j}$, L: отрезок MN, $M(-4,0)$, $N(0,2)$.

17.2. $\mathbf{F} = (x^2 + 2y)\mathbf{i} + (y^2 + 2x)\mathbf{j}$, L: отрезок MN, $M(-4, 0)$, $N(0, 2)$.

17.3. $\mathbf{F} = (x^2 + 2y)\mathbf{i} + (y^2 + 2x)\mathbf{j}$, L: $2 - \dfrac{x^2}{8} = y$, $M(-4, 0)$, $N(0, 2)$.

17.4. $\mathbf{F} = (x + y)\mathbf{i} + 2x\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 4$ $(y \geqslant 0)$, $M(2, 0)$, $N(-2, 0)$.

17.5. $\mathbf{F} = x^3\mathbf{i} - y^3\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 4$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(2, 0)$, $N(0, 2)$.

17.6. $\mathbf{F} = (x + y)\mathbf{i} + (x - y)\mathbf{j}$, L: $y = x^2$, $M(-1, 1)$, $N(1, 1)$.

17.7. $\mathbf{F} = x^2y\mathbf{i} - y\mathbf{j}$, L: отрезок MN, $M(-1, 0)$, $N(0, 1)$.

17.8. $\mathbf{F} = (2xy - y)\mathbf{i} + (x^2 + x)\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 9$ $(y \geqslant 0)$, $M(3, 0)$, $N(-3, 0)$.

17.9. $\mathbf{F} = (x + y)\mathbf{i} + (x - y)\mathbf{j}$, L: $x^2 + \dfrac{y^2}{9} = 1$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(1, 0)$, $N(0, 3)$.

17.10. $\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 1$ $(y \geqslant 0)$, $M(1, 0)$, $N(-1, 0)$.

17.11. $\mathbf{F} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (x^2 - y^2)\mathbf{j}$, L: $y = \begin{cases} x, & 0 \leqslant x \leqslant 1; \\ 2 - x, & 1 \leqslant x \leqslant 2, \end{cases}$ $M(2, 0)$, $N(0, 0)$.

17.12. $\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 2$ $(y \geqslant 0)$, $M(\sqrt{2}, 0)$, $N(-\sqrt{2}, 0)$.

17.13. $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + 2y\mathbf{j}$, L: $y = x^2 + y^2 = 1$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(1, 0)$, $N(0, 1)$.

17.14. $\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$, L: $2x^2 + y^2 = 1$ $(y \geqslant 0)$, $M\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$, $N\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$.

17.15. $\mathbf{F} = (x^2 + y^2)(\mathbf{i} + \mathbf{j})$, L: $x^2 + y^2 = R^2$ $(y \geqslant 0)$, $M(R, 0)$, $N(-R, 0)$.

17.16. $\mathbf{F} = (x + y\sqrt{x^2 + y^2})\mathbf{i} + (y - x\sqrt{x^2 + y^2})\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 1$ $(y \geqslant 0)$, $M(1, 0)$, $N(-1, 0)$.

17.17. $\mathbf{F} = x^2y\mathbf{i} - xy^2\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 4$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(2, 0)$, $N(0, 2)$.

17.18. $\mathbf{F} = (x + y\sqrt{x^2+y^2})\mathbf{i} + (y - \sqrt{x^2+y^2})\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 16$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(4,0)$, $N(0,4)$.

17.19. $\mathbf{F} = y^2\mathbf{i} - x^2\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 9$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(3,0)$, $N(0,3)$.

17.20. $\mathbf{F} = (x+y)^2\mathbf{i} - (x^2+y^2)\mathbf{j}$, L: отрезок MN, $M(1,0)$, $N(0,1)$.

17.21. $\mathbf{F} = (x^2+y^2)\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$, L: отрезок MN, $M(2,0)$, $N(0,2)$.

17.22. $\mathbf{F} = x^2\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 9$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$, $M(3,0)$, $N(0,3)$.

17.23. $\mathbf{F} = (y^2 - y)\mathbf{i} + (2xy + x)\mathbf{j}$, L: $x^2 + y^2 = 9$ $(y \geqslant 0)$, $M(3,0)$, $N(-3,0)$.

17.24. $\mathbf{F} = xy\mathbf{i}$, L: $y = \sin x$, $M(\pi,0)$, $N(0,0)$.

17.25. $\mathbf{F} = (xy - y^2)\mathbf{i} + x\mathbf{j}$, L: $y = 2x^2$, $M(0,0)$, $N(1,2)$.

Задача 18. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}$ вдоль контура Γ (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t).

18.1. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t, \\ z = \sin t. \end{cases}$

18.2. $\mathbf{a} = -x^2y^3\mathbf{i} + \mathbf{j} + z\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \sqrt[3]{4}\cos t,\ y = \sqrt[3]{4}\sin t, \\ z = 3. \end{cases}$

18.3. $\mathbf{a} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = 2(1 - \cos t). \end{cases}$

18.4. $\mathbf{a} = x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t,\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin t, \\ z = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t. \end{cases}$

18.5. $\mathbf{a} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 4\cos t,\ y = 4\sin t, \\ z = 1 - \cos t. \end{cases}$

18.6. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} - 3x\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 2\cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = 2 - 2\cos t - 2\sin t. \end{cases}$

18.7. $\mathbf{a} = 2z\mathbf{i} - x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 2\cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = 1. \end{cases}$

18.8. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = \sin t, \\ z = 3. \end{cases}$

18.9. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = 2\sin t, \\ z = 2\cos t - 2\sin t - 1. \end{cases}$

18.10. $\mathbf{a} = 3y\mathbf{i} - 3x\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 3\cos t, \ y = 3\sin t, \\ z = 3 - 3\cos t - 3\sin t. \end{cases}$

18.11. $\mathbf{a} = -x^2y^3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos t, \ y = \sqrt{2}\sin t, \\ z = 1. \end{cases}$

18.12. $\mathbf{a} = 6z\mathbf{i} - x\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 3\cos t, \ y = 3\sin t, \\ z = 3. \end{cases}$

18.13. $\mathbf{a} = z\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos t, \ y = 2\sin t, \\ z = \sqrt{2}\cos t. \end{cases}$

18.14. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 2z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = 3\sin t, \\ z = 2\cos t - 3\sin t - 2. \end{cases}$

18.15. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} - \frac{1}{3}z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \frac{1}{2}\cos t, \ y = \frac{1}{3}\sin t, \\ z = \cos t - \frac{1}{3}\sin t - \frac{1}{4}. \end{cases}$

18.16. $\mathbf{a} = 4y\mathbf{i} - 3x\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 4\cos t, \ y = 4\sin t, \\ z = 4 - 4\cos t - 4\sin t. \end{cases}$

18.17. $\mathbf{a} = -z\mathbf{i} - x\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 5\cos t, \ y = 5\sin t, \\ z = 4. \end{cases}$

18.18. $\mathbf{a} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 2\cos t, \ y = 2\sin t, \\ z = 0. \end{cases}$

18.19. $\mathbf{a} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 3\cos t, \ y = 3\sin t, \\ z = 2(1 - \cos t). \end{cases}$

18.20. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} - z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = \sin t, \\ z = 4 - \cos t - \sin t. \end{cases}$

18.21. $\mathbf{a} = xz\mathbf{i} + x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = \sin t, \\ z = \sin t. \end{cases}$

18.22. $\mathbf{a} = -x^2y^3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = \sin t, \\ z = 5. \end{cases}$

18.23. $\mathbf{a} = 7z\mathbf{i} - x\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 6\cos t, \ y = 6\sin t, \\ z = \frac{1}{3}. \end{cases}$

18.24. $\mathbf{a} = xy\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = \cos t, \ y = \sin t, \\ z = \sin t. \end{cases}$

18.25. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} - z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x = 2\cos t, \ y = 3\sin t, \\ z = 4\cos t - 3\sin t - 3. \end{cases}$

Задача 19. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}$ вдоль контура Γ двумя способами: а) непосредственно; б) по формуле Стокса.

19.1. $\mathbf{a} = (x^2 - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$

19.2. $\mathbf{a} = xz\mathbf{i} - \mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} z = 5(x^2 + y^2) - 1, \\ z = 4. \end{cases}$

19.3. $\mathbf{a} = yz\mathbf{i} + 2xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9 \ (z > 0). \end{cases}$

19.4. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + yz\mathbf{j} - x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

19.5. $\mathbf{a} = (x - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 5. \end{cases}$

19.6. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} z = 3(x^2 + y^2) + 1, \\ z = 4. \end{cases}$

19.7. $\mathbf{a} = yz\mathbf{i} + 2xz\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 \ (z > 0). \end{cases}$

19.8. $\mathbf{a} = xy\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

19.9. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + (1 - x)\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = 1 \ (z > 0). \end{cases}$

19.10. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 4. \end{cases}$

19.11. $\mathbf{a} = 4x\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - xy\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} z = 2(x^2 + y^2) + 1, \\ z = 7. \end{cases}$

19.12. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} - 3x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ z = 1. \end{cases}$

19.13. $\mathbf{a} = -3z\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + 2y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$

19.14. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + 5z\mathbf{j} + 3x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 1, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$

19.15. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2yz\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 2. \end{cases}$

19.16. $\mathbf{a} = (x - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4z^2 = 0, \\ z = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

19.17. $\mathbf{a} = xz\mathbf{i} - \mathbf{j} + y\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ z = 1. \end{cases}$

19.18. $\mathbf{a} = 2yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9 \ (z > 0). \end{cases}$

19.19. $\mathbf{a} = 4x\mathbf{i} - yz\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

19.20. $\mathbf{a} = -y\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 1. \end{cases}$

19.21. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1, \\ z = 3. \end{cases}$

19.22. $\mathbf{a} = 2yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 \ (z > 0). \end{cases}$

19.23. $\mathbf{a} = (2 - xy)\mathbf{i} - yz\mathbf{j} - xz\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

19.24. $\mathbf{a} = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 3z^2\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 1 \ (z > 0). \end{cases}$

19.25. $\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$, Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - \dfrac{z^2}{4} = 0, \\ z = 2. \end{cases}$

Типовой расчет № 6. Ряды

Задача 1. Найти сумму ряда.

1.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7}{36n^2+48n-20}$.

1.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5}{147n^2-21n-36}$.

1.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{8}{48n^2+24n-45}$.

1.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{9}{2n^2+6n}$.

1.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{13}{4n^2+8n-5}$.

1.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{16}{4n^2-9}$.

1.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2-1}$.

1.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5}{13(n^2+n)}$.

1.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{11}{9n^2-3n-2}$.

1.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{15}{8n^2+8n-6}$.

1.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{7n^2+28n+21}$.

1.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{9}{2n^2+10n+8}$.

1.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{14}{n^2+2n-3}$.

1.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{17}{3n^2+18n+24}$

1.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{113}{49n^2+7n-12}$.

1.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7}{50n^2+10n-12}$.

1.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2+12n+5}$.

1.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{13}{8n^2+16n+6}$.

1.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{31}{16n^2-8n+15}$.

1.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5}{13n^2+13n-26}$.

1.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2-n-2}$.

1.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{17}{2n^2-6n}$.

1.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{25}{27n^2-9n-6}$.

1.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{13}{n^2-3n-4}$.

1.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{17}{n^2+3n-4}$.

Задача 2. Найти сумму ряда.

2.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^4+3}}$.

2.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)$.

2.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+5n}{3^n+n}$.

2.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-\cos^2 4n}$.

2.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2+1}$.

2.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3}{n^3+2}$.

2.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+\cos n}{4^n+\sin n}$.

2.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\cdot\sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^7}}$.

2.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{3\sqrt[3]{n}}$.

2.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+4}{n^2+5}$.

2.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3}}(e^{1/\sqrt{n}}-1)$.

2.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{n\cdot 2^n}$.

2.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

2.14. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{2\cos\frac{2\pi}{3n}}{\sqrt[3]{n^3-1}}$.

2.15. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{\arcsin\frac{n-1}{n}}{\sqrt[3]{n^3-2n}}$.

2.16. $\sum\limits_{n=3}^{\infty} n^2\cdot\operatorname{tg}^4\frac{\pi}{n}$.

2.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n-\ln n}$.

2.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(2^n)}{n^2}$.

2.19. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}}\cdot\sin\frac{1}{n-1}$.

2.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n}-1)^2$.

2.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \arcsin\frac{n}{(n^2+2)^{3/2}}$.

2.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{2n-1}{n^2(n+2)^2}$.

2.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\frac{n^2+2}{n^2+2n+3}$.

2.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3+2n+1}$.

2.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2\frac{\pi n}{2}}{3^n+4}$.

Задача 3. Исследовать на сходимость ряд.

3.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n+1)}{3^n \cdot n!}$.

3.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n+1}}$.

3.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot (n!)}{\sqrt{3^n+2}}$.

3.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\sqrt{n}}{2^n+3}$.

3.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{4^n}$.

3.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{3^{n^2}}$.

3.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n! \sin \frac{\pi}{3^n}$.

3.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$.

3.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!5^n}$.

3.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{8^n \cdot n^2}$.

3.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{4^n \cdot n!}$.

3.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot (n^2+1)}{n!}$.

3.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{(n+1)!} \sin \frac{2}{3^n}$.

3.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n \cdot n^{n+1}}$.

3.15. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} n! \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^n}$.

3.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot \sqrt[3]{n}}{(n+2)!}$.

3.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+1)!}{(2n+1)!}$.

3.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \ldots (3n-1)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \ldots (2n+3)}$.

3.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)}{4 \cdot 7 \cdot 10 \ldots (3n+1)}$.

3.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}\sqrt{n^2+3}}{n!}$.

3.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{\sqrt{2^n+5}}$.

3.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}$.

3.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!}$.

3.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n-1)!}{(3n)!}$.

3.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(2n)!n!}$.

Задача 4. Исследовать на сходимость ряд.

4.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{arctg}^n \left(\frac{\pi}{2n}\right)$.

4.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{n+1} \cdot e^{1-n}$.

4.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \left(\frac{n}{2n-1}\right)^{3n}$.

4.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 3^n}{5^{n+1}}$.

4.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{3n}$.

4.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{3n-1}\right)^{n^2}$.

4.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n+1) \arcsin \frac{\pi}{3n}$.

4.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^2+1) \cdot \sin^n \frac{\pi}{4n}$.

4.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{3^n}$.

4.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{arctg}^{2n} \frac{\pi}{3n}$.

4.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{3n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$.

4.12. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n}$.

4.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^n \cdot \sin^n \frac{\pi}{2n}$.

4.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n} \cdot \frac{n}{4^n}$.

4.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+1}\right)^{n^2}$.

4.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+1}{n^2+2}\right)^{n^2}$.

4.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.

4.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \cos^n \frac{\pi}{2n}$.

4.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+1}\right)^{n/2}$.

4.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n+1)^2 \left(\frac{3n+1}{4n-1}\right)^{n}$.

4.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{(\ln n)^n}$.

4.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n^n}$.

4.23. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} n^n \operatorname{tg}^n \frac{\pi}{2n}$.

4.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln^n \left(\frac{e \cdot n}{2n+3}\right)$.

4.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{arctg}^n \frac{1}{n}$.

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд.

5.1. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)\ln^2(4n-3)}$.

5.2. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln^2 n}$.

5.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+2)}$.

5.4. $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n^2-4)\ln^2 n}$.

5.5. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{2n}{(3n^2+1)\ln n}$.

5.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{1+n^2}\right)^2$.

5.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \ln\frac{n+1}{n-1}$.

5.8. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n\sqrt{\ln n}}$.

5.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\ln n(\ln\ln n)^2}$.

5.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$.

5.11. $\sum\limits_{n=4}^{\infty} \frac{n-2}{(4n^2-7)\ln(n-2)}$.

5.12. $\sum\limits_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-1)\ln(n-3)}$.

5.13. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)\ln n}$.

5.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln^2(2n+3)}$.

5.15. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n^2+1}{(n^3+2)\ln n}$.

5.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$.

5.17. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\sqrt{\ln^3 n}}$.

5.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(2n)}$.

5.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n\cdot\sqrt{\ln 3n}}$.

5.20. $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln n\cdot(\ln\ln n)}$.

5.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\ln\frac{n^2+1}{n^2-1}$.

5.22. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-1)\ln n}$.

5.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\ln^2(2n+1)}$.

5.24. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2 2n}$.

5.25. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^3 n}$.

Задача 6. Исследовать на сходимость ряд.

6.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \sin\frac{\pi}{3^n}$.

6.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{\sin 2^n}{2^n}$.

6.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n \cdot \ln(3n)}$.

6.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n}{n^3}$.

6.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2}$.

6.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin 2n}{n!}$.

6.7. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\cos \pi n}{3^n(n+1)}$.

6.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^n$.

6.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\pi/2+\pi n)}{n^2}$.

6.10. $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n(\ln\ln n)\ln n}$.

6.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot n \cdot \operatorname{tg}\frac{1}{n^2}$.

6.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^{n+1}$.

6.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n(n!)}$.

6.14. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{n \cdot \cos n\pi}{n^3+1}$.

6.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{3n-2}{4n+1}$.

6.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \ln\left(1+\frac{1}{n^3}\right)$.

6.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{2n+1}{(2n)!n!}$.

6.18. $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n \cdot \ln(n+1)}$.

6.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cos^2\left(\frac{1}{n}\right)$.

6.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+\cos^2 n}$.

6.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+\cos^2 n}$.

6.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n/2}$.

6.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{3n-2}{4n+3}\right)^n$.

6.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{n+1}{\sqrt[3]{n^7+2}}$.

6.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\sqrt{n}}{n^2+1}$.

Задача 7. Найти область сходимости функционального ряда.

7.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}$.

7.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{3n} \cdot x^n \sin \frac{x}{2n}$.

7.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n^2}{x-1}\right)}{e^{n\sqrt{x}}}$.

7.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{n^{x^2-1}}$.

7.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n x^{2n} \sin \frac{2x}{\sqrt{n}}$.

7.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+x^2}$.

7.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n} \cdot 3^{\frac{n}{x-1}}$.

7.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 27^n x^{3n} \operatorname{tg} \frac{x}{3\sqrt[3]{n}}$.

7.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{3^{nx}+1}$.

7.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)(x+n+1)}$.

7.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot \ln^n x}$.

7.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^n$.

7.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$.

7.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{tg}^n x$.

7.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{27^n}{n^2} \cdot \sin^{3n} x$.

7.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1-x^n}{1+x^n}$.

7.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+x^n}{1-x^n}$.

7.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+x)}$.

7.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n \ln^n(x+e)}$.

7.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2} \cdot x^{4n} \cos(x+\pi n)$.

7.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^{-\frac{n^2 \sin(x^2+1)}{n}}$.

7.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} \cdot \operatorname{tg}^{2n} x$.

7.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{n \sin x}}$.

7.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^{2n} \operatorname{tg} \frac{3x}{4n}$.

7.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+e)}$.

Задача 8. Найти область сходимости функционального ряда.

8.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{3n+4}$.

8.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{n^2+n+1} \cdot x^{n^2}$.

8.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{x^n}$.

8.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n^2}}{n^{n+2}}$.

8.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 7^n}$.

8.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{(n+3)\ln(n+3)}$.

8.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{2^n(x+2)^n}$.

8.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{(2n+1)2^n}$.

8.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^4 \cdot x^{2n}}{3n+1}$.

8.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+1)!}(x+4)^{2n+1}$.

8.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\sqrt{n+1}}{n^2+1}\right) \cdot (x-3)^n$.

8.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{x^n}$.

8.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (3n)!(x+1)^n$.

8.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)!x^n}$.

8.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (x+2)^{2n}}{n}$.

8.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(4n-3)x^n}$.

8.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot n^2 \cdot (x-3)^n$.

8.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \cdot (x+3)^n}$.

8.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{4^n \cdot (x+2)^n}$.

8.20. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot (x-2)^{2n}}$.

8.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{n^2} x^{n^2}$.

8.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!(x+5)^n}$.

8.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}(x+4)^n}$.

8.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \cdot x^n$.

8.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 5^n}$.

Задача 9. Для данного функционального ряда построить мажорирующий ряд и доказать равномерную сходимость на указанном отрезке.

9.1. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, $[-2; 2]$.

9.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{n^2}}{n^n}$, $[-4; -2]$.

9.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+2}\left(\frac{x}{3}\right)^n$, $[-2; 2]$.

9.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+2)^n}{n^n}$, $[-4; 0]$.

9.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^n}{n}$, $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

9.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+1)\ln^2(n+1)}$, $[-3; -1]$.

9.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^n}$, $[-2; 0]$.

9.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$, $[-2; 2]$.

9.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(2n-1)3^n}$, $[2; 4]$.

9.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$, $[-1; 1]$.

9.11. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{4^{n^2}}$, $[-3; 3]$.

9.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{4^n}$, $[-3; -1]$.

9.13. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(\sin\frac{\pi}{3^n}\right) \cdot (x-3)^n$, $[1; 5]$.

9.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 16^n}$, $[-2; 4]$.

9.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{n\sqrt{n+2}}$, $[1; 3]$.

9.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+3)3^n}$, $[1; 3]$.

9.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n^2}$, $[-5; -4]$.

9.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)\sin^2 nx}{n\sqrt{n+1}}$, $[-3; -1]$.

9.19. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n \cdot \ln n}$, $[-2; 2]$.

9.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x-2)^n}{(n+1)^2 \ln(n+1)}$, $[1; 3]$.

9.21. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x-2)^n}{(n+1)\sqrt{n+1}}$, $[1; 3]$.

9.22. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{x+1} \cdot \cos nx}{\sqrt[3]{n^5+1}}$, $[0; 2]$.

9.23. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(\pi - x) \cdot \sin^2 nx}{\sqrt[4]{n^7+1}}$, $[0; \pi]$.

9.24. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)^2 \cdot x^{2n}}{2n+1}$, $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

9.25. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{x+1}\sin^2 nx}{\sqrt[3]{n^6+1}}$, $[0; 2]$.

Задача 10. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням $(x - x_0)$. Указать область сходимости полученного ряда.

10.1. $\dfrac{\operatorname{ch} 2x - 1}{x^2}$, $x_0 = 0$.

10.2. $\sin(x^2 - 6x + 13)$, $x_0 = 3$.

10.3. $\ln(18x^2 - 9x + 1)$, $x_0 = 0$.

10.4. $\dfrac{1}{\sqrt{2x^2 - 8x + 16}}$, $x_0 = 2$.

10.5. $\ln(x^3 + 3x^2 + 3x + 9)$, $x_0 = -1$.

10.6. $e^{-\frac{x^2+6x+16}{25}}$, $x_0 = -3$.

10.7. $\sqrt{x^2 - 4x + 8}$, $x_0 = 2$.

10.8. $\ln(6x - x^2 - 6)$, $x_0 = 3$.

10.9. $\dfrac{\arcsin x}{x} - 1$, $x_0 = 0$.

10.10. $\sqrt[4]{16 - 3x}$, $x_0 = 0$.

10.11. $(e^{-x} - 1)^2$, $x_0 = 0$.

10.12. $\sqrt{x^2 + 6x + 18}$, $x_0 = -3$.

10.13. $\dfrac{\cos 3x - 1}{x^2}$, $x_0 = 0$.

10.14. $2x \sin^2 \dfrac{x}{2} - x$, $x_0 = 0$.

10.15. $\ln(3x^2 + 6x + 15)$, $x_0 = -1$.

10.16. $\dfrac{\sin 3x}{x} - 3$, $x_0 = 0$.

10.17. $\dfrac{\operatorname{arctg} x}{x} - 1$, $x_0 = 0$.

10.18. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{6x - 5 - x^2}}$, $x_0 = 3$.

10.19. $e^{-\frac{x^2+2x-15}{4}}$, $x_0 = -1$.

10.20. $\dfrac{\sin 2x}{x} - \cos 2x$, $x_0 = 0$.

10.21. $\sqrt[3]{6x - 5 - x^2}$, $x_0 = 3$.

10.22. $\sin x \cos 2x$, $x_0 = 0$.

10.23. $\dfrac{4}{x^2 - 8x + 15}$, $x_0 = 0$.

10.24. $\cos(x^2 - 2x + 5)$, $x_0 = 1$.

10.25. $\dfrac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$, $x_0 = -2$.

Задача 11. Найти сумму ряда.

11.1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n + \frac{1}{n}\right) \cdot x^{2n}$.

11.2. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 3n - 4) \cdot x^n$.

11.3. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

11.4. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 5n + 3) \cdot x^n$.

11.5. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n-2}}{(2n-3)(2n-2)}$.

11.6. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + n - 3) \cdot x^n$.

11.7. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)x^{n+1}}$.

11.8. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 3n + 5) \cdot x^{n+1}$.

11.9. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{2n+1} \cdot x^{2n+1}$.

11.10. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2n^2+n+7) \cdot x^{n+1}$.

11.11. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$.

11.12. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2n^2+5n-3) \cdot x^{n+1}$.

11.13. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$.

11.14. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (n^2+6n+2) \cdot x^{n+2}$.

11.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \cdot x^n$.

11.16. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2n^2+3n+4) \cdot x^{n+2}$.

11.17. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2n+2}}{25^n(2n+1)}$.

11.18. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2n^2+5n-1) \cdot x^{n+2}$.

11.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) \cdot x^n$.

11.20. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (n^2+4n+2) \cdot x^n$.

11.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{2n(2n+1)}$.

11.22. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (n^2+4n+3) \cdot x^{n+1}$.

11.23. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n(n-1)}$.

11.24. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2n^2+n+4) \cdot x^{n+2}$.

11.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n} - \frac{1}{2n+1}\right) \cdot x^{2n}$.

Задача 12. Найти сумму ряда.

12.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$.

12.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$.

12.3. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.

12.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$.

12.5. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \cdot 2^{2n+1}}$.

12.6. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$.

12.7. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n \cdot (2n)!}$.

12.8. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.

12.9. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$.

12.10. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$.

12.11. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!}$.

12.12. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)\cdot 2^{2n+1}}$.

12.13. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!2^n}$.

12.14. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!\cdot 2^{2n+1}}$.

12.15. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!2^{2n}}$.

12.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\cdot 2^n}$.

12.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\cdot 3^n}$.

12.18. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!3^n}$.

12.19. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!4^n}$.

12.20. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!3^{2n+1}}$.

12.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!3^{2n}}$.

12.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)!}$.

12.23. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!3^n}$.

12.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+4^n}{8^n}$.

12.25. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)!2^{2n-1}}$.

Задача 13. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

13.1. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\sin x}{x}\,dx$.

13.2. $\int\limits_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x}\,dx$.

13.3. $\int\limits_0^{0,5} x\ln(1+x^2)\,dx$.

13.4. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\ln(1+x)}{x}\,dx$.

13.5. $\int\limits_0^{1/3} e^{-3x^2}\,dx$.

13.6. $\int\limits_0^{0,6} \sqrt[3]{1+x^2}\,dx$.

13.7. $\int\limits_0^{0,2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}\,dx$.

13.8. $\int\limits_0^{0,8} \frac{dx}{1+x^5}$.

13.9. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^2)}{x}\,dx.$

13.10. $\int\limits_0^{1} \cos x^2\,dx.$

13.11. $\int\limits_0^{0,25} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$

13.12. $\int\limits_0^{\sqrt{3}/3} x^3 \operatorname{arctg} x\,dx.$

13.13. $\int\limits_0^{0,8} x^{10} \sin x\,dx.$

13.14. $\int\limits_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^4}.$

13.15. $\int\limits_0^{0,1} \frac{\sqrt[4]{1+x^4}-1}{x^2}\,dx.$

13.16. $\int\limits_0^{0,5} \sqrt{1+x^3}\,dx.$

13.17. $\int\limits_0^{0,5} x\cos\sqrt{x}\,dx.$

13.18. $\int\limits_0^{1/4} \sqrt{x}\cdot e^{-\sqrt{x}}\,dx.$

13.19. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x^2}\,dx.$

13.20. $\int\limits_0^{0,5} x^2 e^{-x^2}\,dx.$

13.21. $\int\limits_0^{0,5} \sin(2x^2)\,dx.$

13.22. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^3)}{x^2}\,dx.$

13.23. $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt{8+x^3}}.$

13.24. $\int\limits_0^{1} x\ln(1+x^3)\,dx.$

13.25. $\int\limits_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}.$

Задача 14. Найти приближенное решение дифференциального уравнения в виде разложения в ряд по степеням x до 5-го порядка включительно.

14.1. $y'' - (x^2+x+1)y' + (x+1)y = e^{-x}$; $y(0)=1$; $y'(0)=-1$.

14.2. $y'' - (x^2-2x-1)y' + x^2y = \sin x$; $y(0)=0$; $y'(0)=1$.

14.3. $y'' - (2x^2+x+4)y' + (x^2+x+1)y = \cos 2x$; $y(0)=1$; $y'(0)=0$.

14.4. $y'' + (1-x^2)y' + (2x^2+x-2)y = e^{x^2}$; $y(0)=1$; $y'(0)=0$.

14.5. $y'' + x(x+1)y' + (1-x^2)y = e^{x^2}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

14.6. $y'' + x(2x-1)y' + (x^2+3x+2)y = \sin 2x$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$.

14.7. $2y'' + (x-1)(x+2)y' + (x+2)y = x^3$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$.

14.8. $3y'' + (x^2-4x+1)y' + (x^2-2)y = e^{-x}$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

14.9. $y'' + (2x^2+3x+1)y' + (2x^2+1)y = \dfrac{1}{1+x^2}$; $y(0) = -1$; $y'(0) = 0$.

14.10. $y'' + (3x^2-x+4)y' + (x+3)y = \operatorname{sh} x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.

14.11. $y'' + (x^2+4)y' + (x^2+3x+1)y = \operatorname{ch} x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.

14.12. $y'' + (x+4)(x-2)y' + x^2y = \dfrac{2}{1+x^2}$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -1$.

14.13. $y'' + (x^2+4x)y' + xy = \operatorname{ch} 2x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -1$.

14.14. $y'' + (1-4x^2)y' + (x-1)(x+3)y = e^{3x}$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.

14.15. $y'' + (3-x)y' + (3x^2+3)y = \sin 2x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.

14.16. $2y'' + (4-x^2)y' + (x^2+3x+1)y = \cos 2x$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$.

14.17. $y'' + (1-x^2)y' + (2x^2+3x+4)y = e^{3x}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$.

14.18. $2y'' + (x^2+x-3)y' + (3x+1)y = \cos x^2$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$.

14.19. $y'' + (3x^2-2x-1)y' + (1-2x)y = e^{-x^2}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$.

14.20. $y'' + (x^2-3x+1)y' + (2+x)^2y = x^4$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

14.21. $3y'' + x(x-2)y' + (x+1)^2y = \operatorname{sh} x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -1$.

14.22. $y'' + x^2y' + x(x+1)y = \ln(x^2+1)$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -1$.

14.23. $y'' + (2-x^2)y' + x(2+x)y = \ln(1+x^2)$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -1$.

14.24. $y'' + (2x^2-x+2)y' + x(3+x)y = \sin x^2$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

14.25. $y'' + (x-x^2)y' + x^2y = e^{-x^2}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

Задача 15. Разложить функцию в ряд Фурье в интервале (a, b) и построить график суммы ряда.

15.1. $1 - |x|$ в $(-3; 3)$.

15.2. $1 - 3x$ в $(-2; 2)$.

15.3. $x^2 + 2$ в $(-2; 2)$.

15.4. $2x - 1$ в $(-\pi; \pi)$.

15.5. $x^2 - 1$ в $(-3; 3)$.

15.6. $1 + 3x$ в $(-2; 2)$.

15.7. $2x^2 + 1$ в $(-1; 1)$.

15.8. $1 - x^2$ в $(-1; 1)$.

15.9. x^2+3 в $(-1;1)$.

15.10. $\begin{cases} 0, & x<0, \\ x, & x\geqslant 0 \end{cases}$ в $(-\pi;\pi)$.

15.11. $\begin{cases} -x, & x<0, \\ 0, & x\geqslant 0 \end{cases}$ в $(-\pi;\pi)$.

15.12. $\begin{cases} -1, & x<0, \\ 1, & x>0 \end{cases}$ в $(-\pi;\pi)$.

15.13. $\dfrac{\pi+x}{2}$ в $(-\pi;\pi)$.

15.14. $x+2x^2$ в $(-\pi;\pi)$.

15.15. $x-2x^2$ в $(-\pi;\pi)$.

15.16. $3x-2$ в $(-2;2)$.

15.17. $2x-3$ в $(-1;1)$.

15.18. $\begin{cases} -1, & x<0, \\ 2, & x>0 \end{cases}$ в $(-2;2)$.

15.19. $\begin{cases} 1, & x<0, \\ x, & x>0 \end{cases}$ в $(-1;1)$.

15.20. $\begin{cases} -x, & x<0, \\ 1, & x>0 \end{cases}$ в $(-1;1)$.

15.21. x^2+1 в $(-3;3)$.

15.22. x^2-2 в $(-2;2)$.

15.23. x^2-3 в $(-1;1)$.

15.24. $3-\dfrac{x}{2}$ в $(-2;2)$.

15.25. $\begin{cases} 1, & x<0, \\ 2, & x>0 \end{cases}$ в $(-1;1)$.

Задача 16. Разложить функцию в ряд Фурье в интервале (a,b) по синусам (косинусам) и построить график суммы ряда.

по синусам

16.1. $2-x$ в $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

16.3. $x-\dfrac{\pi}{2}$ в $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

16.5. $2x-3$ в $(0;1)$.

16.7. $3x-1$ в $(0;2)$.

16.9. $2x-1$ в $(0;3)$.

16.11. $x+\dfrac{\pi}{2}$ в $(0;2\pi)$.

16.13. x^2 в $(0;1)$.

16.15. $3x+2$ в $(0;2)$.

16.17. $x+\dfrac{1}{2}$ в $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

по косинусам

16.2. $x-1$ в $(0;1)$.

16.4. $3x-\dfrac{\pi}{2}$ в $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

16.6. $3x+2\pi$ в $(0;\pi)$.

16.8. $x+\dfrac{1}{2}$ в $(0;1)$.

16.10. $x+\dfrac{1}{2}$ в $(-1;0)$.

16.12. $3x+2\pi$ в $(-\pi;0)$.

16.14. $1-2x$ в $(-2;0)$.

16.16. $-x-1$ в $(-3;0)$.

16.18. $2x-1$ в $(-1;0)$.

16.19. $2x - \frac{1}{2}$ в $(0; 1)$.

16.20. $3x - 3$ в $(-3; 0)$.

16.21. $-x^2$ в $(0; \pi)$.

16.22. $2x - \frac{1}{2}$ в $(0; 1)$.

16.23. $1 - x$ в $(0; 1)$.

16.24. $1 - x$ в $(0; 2)$.

16.25. $-x - \pi$ в $(0; \pi)$.

Типовой расчет № 7.
Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление

Задача 1. Найти комплексные числа, соответствующие вершинам квадрата, лежащего целиком в первой четверти комплексной плоскости xOy, если точки $A(a_1; a_2)$ и $B(b_1; b_2)$ являются соседними вершинами этого квадрата.

1.1. $A(1;1)$, $B(0,5;2)$.

1.2. $A(2;0,5)$, $B(1;1,5)$.

1.3. $A(2,5;1)$, $B(1;1,5)$.

1.4. $A(2,5;1)$, $B(0,5;1,5)$.

1.5. $A(2,5;0,5)$, $B(0,5;1,5)$.

1.6. $A(3;0,5)$, $B(1;1)$.

1.7. $A(1,5;0,5)$, $B(0,5;1)$.

1.8. $A(2;1)$, $B(0,5;2)$.

1.9. $A(2;1,5)$, $B(0,5;2)$.

1.10. $A(1,5;0,5)$, $B(1;1,5)$.

1.11. $A(2,5;0,5)$, $B(1;1,5)$.

1.12. $A(2;1)$, $B(0,5;1,5)$.

1.13. $A(1;0,5)$, $B(0,5;1,5)$.

1.14. $A(2,5;0,5)$, $B(0,5;1)$.

1.15. $A(2;0,5)$, $B(1;1)$.

1.16. $A(2,5;0,5)$, $B(2;0,5)$.

1.17. $A(1,5;1)$, $B(0,5;2)$.

1.18. $A(3;0,5)$, $B(1;1,5)$.

1.19. $A(3;1)$, $B(1;1,5)$.

1.20. $A(1,5;1)$, $B(0,5;1,5)$.

1.21. $A(2;0,5)$, $B(0,5;1,5)$.

1.22. $A(2,5;0,5)$, $B(1;1)$.

1.23. $A(2,5;0,5)$, $B(0,5;1)$.

1.24. $A(2,5;1,5)$, $B(0,5;2)$.

1.25. $A(1,5;1,5)$, $B(0,5;2)$.

Задача 2. В комплексной плоскости xOy начертить область.

2.1. $\begin{cases} |z-1-i| \leqslant 1, \\ \operatorname{Im} z > 1, \\ \operatorname{Re} z \geqslant 1. \end{cases}$

2.2. $\begin{cases} |z+1| \geqslant 1, \\ |z+i| < 1. \end{cases}$

2.3. $\begin{cases} |z+i| < 2, \\ 0 < \operatorname{Re} z \leqslant 1. \end{cases}$

2.4. $\begin{cases} |z| > 1, \\ -1 < \operatorname{Im} z \leqslant 1, \\ 0 < \operatorname{Re} z \leqslant 2. \end{cases}$

2.5. $\begin{cases} |z-1+i| \geqslant 1, \\ \operatorname{Re} z < 1, \\ \operatorname{Im} z \leqslant -1. \end{cases}$

2.6. $\begin{cases} |z-i| \leqslant 1, \\ 0 < \arg z < \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$

2.7. $\begin{cases} |z-i| \leqslant 2, \\ \operatorname{Re} z > 1. \end{cases}$

2.8. $\begin{cases} |z| \leqslant 1, \\ \arg(z+i) > \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$

2.9. $\begin{cases} |z+i| < 1, \\ -\frac{3}{4}\pi \leqslant \arg z \leqslant -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$

2.10. $\begin{cases} |z+1| < 1, \\ |z-i| \leqslant 1. \end{cases}$

2.11. $\begin{cases} |z-i| \leqslant 2, \\ 0 < \operatorname{Im} z < 2. \end{cases}$

2.12. $\begin{cases} |z+i| < 1, \\ -\frac{\pi}{4} \leqslant \arg z < 0. \end{cases}$

2.13. $\begin{cases} |z-1| > 1, \\ -1 \leqslant \operatorname{Im} z < 0, \\ 0 \leqslant \operatorname{Re} z < 3. \end{cases}$

2.14. $\begin{cases} |z-1+i| \geqslant 1, \\ \operatorname{Re} z < 1, \\ \operatorname{Im} z \leqslant -1. \end{cases}$

2.15. $\begin{cases} z\bar{z} < 2, \\ \operatorname{Re} z \leqslant 1, \\ \operatorname{Im} z > -1. \end{cases}$

2.16. $\begin{cases} 1 \leqslant |z-i| < 2, \\ \operatorname{Re} z \leqslant 0, \\ \operatorname{Im} z > 1. \end{cases}$

2.17. $\begin{cases} |z| < 2, \\ \operatorname{Re} z \geqslant 1, \\ \arg z < \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

2.18. $\begin{cases} |z-2-i| \leqslant 2, \\ \operatorname{Re} z \geqslant 3, \\ \operatorname{Im} z < 1. \end{cases}$

2.19. $\begin{cases} |z-1-i| \geqslant 1, \\ 0 \leqslant \operatorname{Re} z < 2, \\ 0 < \operatorname{Im} z \leqslant 2. \end{cases}$

2.20. $\begin{cases} 1 < |z-1| \leqslant 2, \\ \operatorname{Re} z < 1, \\ \operatorname{Im} z \geqslant 0. \end{cases}$

2.21. $\begin{cases} |z-i| \leqslant 1, \\ -\frac{\pi}{2} < \arg(z-i) < \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

2.22. $\begin{cases} |z-i| \leqslant 2, \\ |z+i| \geqslant 4. \end{cases}$

2.23. $\begin{cases} |z+i| \leqslant 2, \\ \operatorname{Re} \bar{z} > 1. \end{cases}$

2.24. $\begin{cases} |z-i| \geqslant 2, \\ 0 \leqslant \operatorname{Re} z \leqslant 3. \end{cases}$

2.25. $\begin{cases} 1 \leqslant |z+2-i| < 3, \\ \operatorname{Re} \bar{z} \leqslant 0, \\ \operatorname{Im} z > 1. \end{cases}$

Задача 3. В комплексной плоскости xOy построить линию $z = z(t)$, $t \in T$.

3.1. $z = 5\sec 2t + 3i\operatorname{tg} 2t$, $-\frac{\pi}{4} < t < \frac{\pi}{4}$.

3.2. $z = 6e^{3it} - 4e^{-3it}$, $0 \leqslant t \leqslant \frac{2}{3}\pi$.

3.3. $z = \dfrac{t^2+t-2+i(t^2-t-2)}{t^2+3t+2}$, $-2 < t < -1$.

3.4. $z = -5\operatorname{ctg} 4t - 4i\operatorname{cosec} 4t$, $0 < t < \frac{\pi}{4}$.

3.5. $z = \dfrac{t-2+i(t-1)}{t^2-3t+2}$, $1 < t < 2$.

3.6. $z = t(8+i) - 2(t^2+4) - 3i$, $t \geqslant 0$.

3.7. $z = -4\sec t + 3i\,\mathrm{tg}\,t$, $-\dfrac{\pi}{2} < t < \dfrac{\pi}{2}$.

3.8. $z = 5e^{4it} + 4e^{-4it}$, $0 \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$.

3.9. $z = \dfrac{t^2-t-2+i(t^2+t-2)}{t^2-3t+2}$, $1 < t < 2$.

3.10. $z = 5\,\mathrm{ctg}\,2t + 3i\,\mathrm{cosec}\,2t$, $0 < t < \dfrac{\pi}{2}$.

3.11. $z = \dfrac{t-4+i(t-2)}{t^2-6t+8}$, $2 < t < 4$.

3.12. $z = 2(t^2+9) + t(i-12) + 2i$, $t \geqslant 0$.

3.13. $z = 6\sec 3t - 4i\,\mathrm{tg}\,3t$, $-\dfrac{\pi}{6} < t < \dfrac{\pi}{6}$.

3.14. $z = -5e^{2it} - 3e^{-2it}$, $0 \leqslant t \leqslant \pi$.

3.15. $z = \dfrac{t^2+2t-3+i(t^2-2t-3)}{t^2+4t+3}$, $-3 < t < -1$.

3.16. $z = -4\,\mathrm{ctg}\,t - 3i\,\mathrm{cosec}\,t$, $0 < t < \pi$.

3.17. $z = t(i-12) - 3i - 3(t^2+4)$, $t \geqslant 0$.

3.18. $z = -5\sec 4t - 4i\,\mathrm{tg}\,4t$, $-\dfrac{\pi}{8} < t < \dfrac{\pi}{8}$.

3.19. $z = -4e^{it} + 3e^{-it}$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

3.20. $z = \dfrac{t^2-2t-3+i(t^2+2t-3)}{t^2-4t+3}$, $1 < t < 3$.

3.21. $z = 6\,\mathrm{ctg}\,3t - 4i\,\mathrm{cosec}\,3t$, $0 < t < \dfrac{\pi}{3}$.

3.22. $z = \dfrac{t-3+i(t-1)}{t^2-4t+3}$, $1 < t < 3$.

3.23. $z = 3(t^2+9) + 2i + t(i+18)$, $t \geqslant 0$.

3.24. $z = \dfrac{2t+1+i(4t-1)}{t-1}$, $t > 0$.

3.25. $z = 3e^{5it} - 6e^{-5it}$, $0 \leqslant t \leqslant \dfrac{2}{5}\pi$.

Задача 4. В комплексной плоскости xOy построить линию.

4.1. $|z-3-2i|\mathrm{Re}\,(z-2)=|z-2-4i|\mathrm{Im}\,(z-2i)$.

4.2. $\left|z-2-\dfrac{i}{2}\right|+\dfrac{1}{2}\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(1+i)=0$.

4.3. $(z+\bar{z}-8)|z-2-3i|=(z-\bar{z}-6i)|z-4-4i|$.

4.4. $|z+3-2i|+2\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(2-i)=0$.

4.5. $|z-2-3i|\mathrm{Re}\,(z-3)=|z-3-4i|\mathrm{Im}\,(z-3i)$.

4.6. $|z-4+4i|+2\mathrm{Im}\,\bar{z}-\mathrm{Re}\,(2-2i)=0$.

4.7. $(z+\bar{z}-6)|z-4-2i|=(z-\bar{z}-4i)|z-3-3i|$.

4.8. $\left|z+2+\dfrac{i}{2}\right|+\dfrac{1}{2}\mathrm{Im}\,\bar{z}-\mathrm{Re}\,(1+3i)=0$.

4.9. $|z-3-4i|\mathrm{Re}\,(z-4)=|z-4-2i|\mathrm{Im}\,(z-4i)$.

4.10. $|z-3+i|-\dfrac{1}{2}\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(2+i)=0$.

4.11. $(z+\bar{z}-4)|z-4-3i|=(z-\bar{z}-6i)|z-2-2i|$.

4.12. $|z+4+2i|-2\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(1+4i)=0$.

4.13. $|z-4-2i|\mathrm{Re}\,(z-2)=|z-2-3i|\mathrm{Im}\,(z-2i)$.

4.14. $|z-1+i|-\dfrac{1}{2}\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(2+5i)=0$.

4.15. $(z+\bar{z}-8)|z-3-2i|=(z-\bar{z}-4i)|z-4-4i|$.

4.16. $\left|z-\dfrac{1}{2}+\dfrac{i}{2}\right|-\dfrac{1}{2}\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(1-i)=0$.

4.17. $|z-4-3i|\mathrm{Re}\,(z-3)=|z-3-2i|\mathrm{Im}\,(z-3i)$.

4.18. $|z-3-4i|+2\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(2+i)=0$.

4.19. $(z+\bar{z}-6)|z-2-4i|=(z-\bar{z}-8i)|z-3-3i|$.

4.20. $|z-4+3i|+\dfrac{3}{2}\mathrm{Im}\,\bar{z}-\mathrm{Re}\,(2+3i)=0$.

4.21. $|z-2-4i|\mathrm{Re}\,(z-4)=|z-4-3i|\mathrm{Im}\,(z-4i)$.

4.22. $|z-2-4i|-2\mathrm{Im}\,\bar{z}-\mathrm{Re}\,(2-i)=0$.

4.23. $(z+\bar{z}-4)|z-3-4i|=(z-\bar{z}-8i)|z-2-2i|$.

4.24. $|z+3+i|-\dfrac{1}{3}\mathrm{Im}\,\bar{z}+\mathrm{Re}\,(3-2i)=0$.

4.25. $|z-3-i|\mathrm{Re}\,(z-1)=|z-1-5i|\mathrm{Im}\,(z-i)$.

Задача 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки $z_0=a+ib$ функцию $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ по известной ее мнимой или действительной частей и значению $f(z_0)=c+id$.

5.1. $u(x,y)=x^2-y^2+2,\ f(0)=2+i$.

5.2. $v(x,y)=\cos x\,\mathrm{sh}\,y-\mathrm{sh}\,x\sin y,\ f(0)=1$.

5.3. $u(x,y)=e^x(x\cos y-y\sin y)-\dfrac{y}{x^2+y^2},\ f(1)=e$.

5.4. $v(x,y)=x+y-3,\ f(0)=1-2i$.

5.5. $u(x,y)=e^x(y\cos y+x\sin y)+x^3-3xy^2+y,\ f(0)=0$.

5.6. $v(x,y)=\ln(x^2+y^2)+x-2y,\ f(i)=0$.

5.7. $u(x,y)=x^2-y^5+5x+y-\dfrac{y}{x^2+y^2},\ f(1)=5$.

5.8. $v(x,y)=3+x^2-y^2-\dfrac{y}{2(x^2+y^2)},\ f(1)=4$.

5.9. $u(x,y)=x^2-y^2-2y,\ f(0)=0$.

5.10. $v(x,y)=e^x\cos y,\ f(0)=1+i$.

5.11. $u(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2},\ f(1)=1+i$.

5.12. $v(x,y)=y-\dfrac{y}{x^2+y^2},\ f(1)=2$.

5.13. $u(x,y)=x^2-y^2-2x+1,\ f(0)=1$.

5.14. $u(x,y)=e^{-y}\cos x,\ f(0)=1$.

5.15. $v(x,y)=x^2-y^2+x,\ f(0)=0$.

5.16. $u(x,y)=x^3-3xy^2+1,\ f(0)=1$.

5.17. $v(x,y)=3x^2y-y^3,\ f(0)=1$.

5.18. $u(x,y)=\dfrac{e^{2x}+1}{e^x}\cos y,\ f(0)=2$.

5.19. $v(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}+y,\ f(i)=2+i\ln 2$.

5.20. $u(x,y)=y-2xy,\ f(0)=0$.

5.21. $v(x,y)=x^2-y^2+2x+1,\ f(0)=i$.

5.22. $u(x,y)=2xy+y,\ f(0)=0$.

5.23. $v(x,y) = 3x^2y - y^3 - y$, $f(0) = 0$.

5.24. $u(x,y) = 1 - e^x \sin y$, $f(0) = 1 + i$.

5.25. $v(x,y) = 2xy + 2x$, $f(0) = 0$.

Задача 6. Выяснить, какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается при отображении $w = f(z)$.

6.1. $w = z^2$.

6.2. $w = z^2 + 2z$.

6.3. $w = \dfrac{1}{z}$.

6.4. $w = e^z$.

6.5. $w = \ln(z-1)$.

6.6. $w = (z-1)^2$.

6.7. $w = z^2 + z - 1$.

6.8. $w = \dfrac{1}{z-1}$.

6.9. $w = 2e^{z+1}$.

6.10. $w = \ln(z-i)$.

6.11. $w = (z-3)^2$.

6.12. $w = z^2 + 3z + 1$.

6.13. $w = \dfrac{2}{z+1}$.

6.14. $w = e^{z-1}$.

6.15. $w = \ln(z+2)$.

6.16. $w = \dfrac{1}{z-i}$.

6.17. $w = z^2 - 3i$.

6.18. $w = e^{1/z}$.

6.19. $w = \ln(z+2i)$.

6.20. $w = 2z^2 - z + i$.

6.21. $w = \dfrac{z}{z+i}$.

6.22. $w = e^{z-i}$.

6.23. $w = \ln(2z+5i)$.

6.24. $w = (z-i)^2$.

6.25. $w = \dfrac{z-1}{z-i}$.

Задача 7. Вычислить интеграл $\int\limits_L f(z)\,dz$ по данной кривой L.

7.1. $f(z) = (3z + 2\operatorname{Re} z)(z - 2 - 3i)$; L: $\{|z| = 2,\ \operatorname{Im} z \geqslant 0\}$.

7.2. $f(z) = (2z + 3\operatorname{Im} z)(z + 1 - i)$; L: $\{|z| = 3,\ \operatorname{Re} z \geqslant 0\}$.

7.3. $f(z) = (5\bar{z} - 2\operatorname{Re} z)(z - 2 - i)$; L: $\{|z| = 2,\ \operatorname{Re} z \geqslant 0,\ \operatorname{Im} z \geqslant 0\}$.

7.4. $f(z) = (3\bar{z} - 2\operatorname{Im} z)(z + 3i)$; L: $\{|z| = 3,\ \operatorname{Re} z \leqslant 0,\ \operatorname{Im} z \geqslant 0\}$.

7.5. $f(z) = (3z - 2\operatorname{Re} z)(\bar{z} - 1 - 2i)$; L: $\{|z| = 2,\ \operatorname{Re} z \geqslant 0,\ \operatorname{Im} z \leqslant 0\}$.

7.6. $f(z) = (2z - 3\operatorname{Im} z)(z - 2 - 2i)$; L: $\{|z| = 3,\ \operatorname{Im} z \leqslant 0\}$.

7.7. $f(z) = (3\bar{z} + 2\mathrm{Re}\, z)(z - 3 - i)$; L: $\{|z| = 3,\ 0 \leqslant \arg z \leqslant \pi\}$.

7.8. $f(z) = (2\bar{z} + 3\mathrm{Im}\, z)(z - 4i)$; L: $\{|z| = 2,\ \mathrm{Re}\, z \geqslant 0\}$.

7.9. $f(z) = (3z + \mathrm{Re}\, z)(z - \mathrm{Im}\, z)$; L: $\{z = t + it^2,\ 0 \leqslant t \leqslant 4\}$.

7.10. $f(z) = (2z - 5\mathrm{Im}\, z)\mathrm{Re}\,(z + 2i)$; L: $\{|z| = 2,\ \mathrm{Im}\, z \leqslant 0\}$.

7.11. $f(z) = (5\bar{z} + 2\mathrm{Re}\, z)\mathrm{Im}\,(z - 3)$; L: $\{z = t^2 + it,\ 1 \leqslant t \leqslant 3\}$.

7.12. $f(z) = (3z + \mathrm{Im}\, z)\mathrm{Re}\,(z - 4)$; L: $\{|z - i| = 2\}$.

7.13. $f(z) = (2z + 3\mathrm{Re}\, z)\mathrm{Im}\,(z - i)$; L: $\{z = t^2 + 2it^2,\ 0 \leqslant t \leqslant 4\}$.

7.14. $f(z) = (2z^2 - \mathrm{Im}\, z)(z - 3)$; L: $\{|z| = -t^2 + i\sqrt{1 - t^4},\ 0 \leqslant t \leqslant 1\}$.

7.15. $f(z) = (3\bar{z} - 2\mathrm{Re}\, z)\mathrm{Re}\,(z - 2 - i)$; L: $\{|z - 2i| = 2\}$.

7.16. $f(z) = (2\bar{z} - 5\mathrm{Im}\, z)\mathrm{Im}\,(z - i)$; L: $\{z = t - 2it,\ 0 \leqslant t \leqslant 2\}$.

7.17. $f(z) = (2z - 3\mathrm{Re}\, z)(z + \mathrm{Re}\, z)$; L: $\{z = -t + i\sqrt{1 - t^2},\ -1 \leqslant t \leqslant 0\}$.

7.18. $f(z) = (3z + 4\mathrm{Im}\, z)(\bar{z} - 2 - 3i)$; L: $\{|z| = 2,\ \pi \leqslant \arg z \leqslant 2\pi\}$.

7.19. $f(z) = (z\bar{z} + i)\mathrm{Im}\,(z - i)$; L: $\{|z - 1 - i| = 2\}$.

7.20. $f(z) = (z \cdot \mathrm{Re}\, z)\mathrm{Im}\,(z + 2i)$; L: $\{z = t + 2it,\ 0 \leqslant t \leqslant 4\}$.

7.21. $f(z) = (\bar{z} \cdot \mathrm{Re}\, z)\mathrm{Im}\,(z - 1 - i)$; L: $\{|z - 1 - 2i| = 3\}$.

7.22. $f(z) = (z\bar{z} + 1 - i)\mathrm{Re}\,(z + i - 2i)$; L: $\{z = -t + 3it,\ 0 \leqslant t \leqslant 3\}$.

7.23. $f(z) = (z \cdot \mathrm{Im}\,(z - i))\mathrm{Re}\, z$; L: $\{|z - 3i| = 2\}$.

7.24. $f(z) = (z \cdot \mathrm{Im}\,(\bar{z} + 2i))\mathrm{Im}\,(z + i)$; L: $\{z = t - 2it,\ 0 \leqslant t \leqslant 4\}$.

7.25. $f(z) = (2z - 5\mathrm{Im}\, z)(z - 2\mathrm{Re}\, z)$; L: $\{z = t^2 - \dfrac{i}{t},\ 1 \leqslant t \leqslant 2\}$.

Задача 8. Найти все лорановские разложения функции $w = f(z)$ по степеням z.

8.1. $f(z) = \dfrac{z^2 + 25}{25z - z^3}$.

8.2. $f(z) = \dfrac{z^2 + 6z - 12}{z^3 - z^2 - 12z}$.

8.3. $f(z) = \dfrac{18}{9z - z^3}$.

8.4. $f(z) = \dfrac{z^2 - 10z - 20}{z^3 - z^2 - 20z}$.

8.5. $f(z) = \dfrac{z^2 + 36}{36z - z^3}$.

8.6. $f(z) = \dfrac{z^2 - 6z - 6}{z^3 - z^2 - 6z}$.

8.7. $f(z) = \dfrac{2z^2 + 4z + 16}{16z - z^3}$.

8.8. $f(z) = \dfrac{z^2 + 4z - 2}{z^3 - z^2 - 2z}$.

8.9. $f(z) = \dfrac{8}{4z - z^3}$.

8.10. $f(z) = \dfrac{z^2 - 4z - 6}{z^3 - z^2 - 6z}$.

8.11. $f(z) = \dfrac{z^2 + 9}{9z - z^3}$.

8.12. $f(z) = \dfrac{z^2 + 12z - 30z}{z^3 - z^2 - 30z}$.

8.13. $f(z) = \dfrac{2}{z - z^3}$.

8.14. $f(z) = \dfrac{z^2 - 8z - 12}{z^3 - z^2 - 12z}$.

8.15. $f(z) = \dfrac{z^2 + 4}{4z - z^3}$.

8.16. $f(z) = \dfrac{z^2 - 4z - 2}{z^3 - z^2 - 2z}$.

8.17. $f(z) = \dfrac{2z^2 + 3z + 9}{9z - z^3}$.

8.18. $f(z) = \dfrac{z^2 + 49}{49z - z^3}$.

8.19. $f(z) = \dfrac{32}{16z - z^3}$.

8.20. $f(z) = \dfrac{z^2 + 10z - 20}{z^3 - z^2 - 20z}$.

8.21. $f(z) = \dfrac{z^2 + 1}{z - z^3}$.

8.22. $f(z) = \dfrac{z^2 - 12z - 30}{z^3 - z^2 - 30z}$.

8.23. $f(z) = \dfrac{50}{25z - z^3}$.

8.24. $f(z) = \dfrac{2z^2 + 4z + 16}{16z - z^3}$.

8.25. $f(z) = \dfrac{z^2 + 16}{16z - z^3}$.

Задача 9. Найти все лорановские разложения функции $w = f(z)$ по степеням $z - z_0$, где $z_0 = a + ib$.

9.1. $f(z) = \dfrac{8}{z^2 - 16}$, $z_0 = 3 + 4i$.

9.2. $f(z) = \dfrac{2z}{z^2 - 64}$, $z_0 = 2 + 3i$.

9.3. $f(z) = \dfrac{3z + 2}{z^2 - 4}$, $z_0 = 1 - 2i$.

9.4. $f(z) = \dfrac{z + 18}{z^2 - 36}$, $z_0 = 3 - 2i$.

9.5. $f(z) = \dfrac{18}{z^2 - 81}$, $z_0 = 4 - 3i$.

9.6. $f(z) = \dfrac{3z + 3}{z^2 - 9}$, $z_0 = 5 - i$.

9.7. $f(z) = \dfrac{z + 15}{z^2 - 25}$, $z_0 = 2 + 2i$.

9.8. $f(z) = \dfrac{16}{z^2 - 64}$, $z_0 = 3 - 2i$.

9.9. $f(z) = \dfrac{2z}{z^2 - 36}$, $z_0 = 2 - 2i$.

9.10. $f(z) = \dfrac{3z + 4}{z^2 - 16}$, $z_0 = 1 + 2i$.

9.11. $f(z) = \dfrac{z + 9}{z^2 - 9}$, $z_0 = 2 + 2i$.

9.12. $f(z) = \dfrac{10}{z^2 - 25}$, $z_0 = 3 + 4i$.

9.13. $f(z) = \dfrac{z + 21}{z^2 - 49}$, $z_0 = 2 - 2i$.

9.14. $f(z) = \dfrac{2z}{z^2 - 49}$, $z_0 = 2 + 2i$.

9.15. $f(z) = \dfrac{3z + 5}{z^2 - 25}$, $z_0 = 2 - 2i$.

9.16. $f(z) = \dfrac{z + 12}{z^2 - 16}$, $z_0 = 1 - 2i$.

9.17. $f(z) = \dfrac{6}{z^2 - 9}$, $z_0 = 1 + i$. 9.18. $f(z) = \dfrac{2z}{z^2 - 25}$, $z_0 = 3 + 4i$.

9.19. $f(z) = \dfrac{3z + 6}{z^2 - 36}$, $z_0 = 2 + 3i$. 9.20. $f(z) = \dfrac{4}{z^2 - 4}$, $z_0 = 1 - 2i$.

9.21. $f(z) = \dfrac{2z}{z^2 - 9}$, $z_0 = 3 - 2i$. 9.22. $f(z) = \dfrac{3z + 8}{z^2 - 64}$, $z_0 = 4 - 3i$.

9.23. $f(z) = \dfrac{z + 6}{z^2 - 4}$, $z_0 = 2 + 2i$. 9.24. $f(z) = \dfrac{14}{z^2 - 49}$, $z_0 = 3 - 2i$.

9.25. $f(z) = \dfrac{2z}{z^2 - 16}$, $z_0 = 2 - 2i$.

Задача 10. Данную функцию $w = f(z)$ разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z_0 = a + ib$.

10.1. $f(z) = (z - 2i)\sin\dfrac{\pi(z - 2i)}{z - i}$, $z_0 = i$.

10.2. $f(z) = (z + i)\cos\dfrac{\pi(z + i)}{z + 2i}$, $z_0 = -2i$.

10.3. $f(z) = (z - 3)\ln\dfrac{z + 1 - i}{z - i}$, $z_0 = i$.

10.4. $f(z) = (z + 4)\exp\dfrac{1}{z + 2i}$, $z_0 = -2i$.

10.5. $f(z) = (z - 2i)^2\sin\dfrac{\pi(2i - z)}{2(i - z)}$, $z_0 = i$.

10.6. $f(z) = (z - 1)\cos\dfrac{2\pi(z - 1)}{z - 1 + i}$, $z_0 = 1 - i$.

10.7. $f(z) = (z - i)\exp\dfrac{2(z - i)}{z - 3i}$, $z_0 = 3i$.

10.8. $f(z) = (z - 2 - i)^2\sin\dfrac{\pi(z - 2 - i)}{z - 2}$, $z_0 = 2$.

10.9. $f(z) = (z - 2i)\cos\dfrac{3\pi(z - 2i)}{2(z + 2i - z)}$, $z_0 = 2 + 2i$.

10.10. $f(z) = (z - 2i)\exp\dfrac{z - 2i}{z - 4i}$, $z_0 = 4i$.

10.11. $f(z) = (z - i)^2\sin\dfrac{3\pi(i - z)}{2(z + 2i)}$, $z_0 = -2i$.

10.12. $f(z) = (z - 1)\cos\dfrac{\pi(z - 1)}{1 + i - z}$, $z_0 = 1 + i$.

10.13. $f(z) = (z - i)\exp\dfrac{2i - z}{z - 4i}$, $z_0 = 4i$.

10.14. $f(z) = (z + 2i - 1)^2 \sin\dfrac{2\pi(z + 2i - 1)}{z - 1}$, $z_0 = 1$.

10.15. $f(z) = (z + 2i)\cos\dfrac{\pi(z + 2i)}{2(z - 2 + 2i)}$, $z_0 = 2 - 2i$.

10.16. $f(z) = (z - i)\exp\dfrac{2(z - i)}{z - 3i}$, $z_0 = 3i$.

10.17. $f(z) = (z + 2 - i)^2 \sin\dfrac{\pi(z + 2 - i)}{2(z + i)}$, $z_0 = i$.

10.18. $f(z) = (z + 1)\cos\dfrac{2\pi(z + 1)}{1 - i - z}$, $z_0 = -1 + i$.

10.19. $f(z) = (z - 2i)\exp\dfrac{2(z - 2i)}{z + 4i}$, $z_0 = -4i$.

10.20. $f(z) = (z + 2 - i)^2 \sin\dfrac{\pi(i - 2 - z)}{z + 2}$, $z_0 = -2$.

10.21. $f(z) = (z + 2i)\cos\dfrac{3\pi(2i - z)}{2(z + 2 + 2i)}$, $z_0 = -2 - 2i$.

10.22. $f(z) = (z - i)\exp\dfrac{z - i}{z + 2i}$, $z_0 = -2i$.

10.23. $f(z) = (z - i)\sin\dfrac{3\pi(z - i)}{2(z - 2i)}$, $z_0 = 2i$.

10.24. $f(z) = (z - 2i)\exp\dfrac{2(2i - z)}{z + 3i}$, $z_0 = -3i$.

10.25. $f(z) = (z - 1)\cos\dfrac{\pi(z - 1)}{z - 1 + i}$, $z_0 = 1 - i$.

Задача 11. Определить тип особой точки $z_0 = a + ib$ функции $w = f(z)$.

11.1. $f(z) = \dfrac{e^{(z-i)^2} - 1 + z - i}{e^{z-i} - 1}$, $z_0 = i$.

11.2. $f(z) = \dfrac{e^{z+1} - 1}{e^{(z+i)^2} + z + i - 1}$, $z_0 = -i$.

11.3. $f(z) = \dfrac{e^{z-i} - 1}{2ie^{z-i} - z - i}$, $z_0 = i$.

11.4. $f(z) = \dfrac{-2ie^{z+i} - z + i}{e^{z+i} - 1}$, $z_0 = -i$.

11.5. $f(z) = \dfrac{e^{z-2i} - 1}{3ie^{(z-2i)^2} - z - i}$, $z_0 = 2i$.

11.6. $f(z) = \dfrac{3ie^{(z+2i)^2} + z - i}{e^{z+2i} - 1}$, $z_0 = -2i$.

11.7. $f(z) = \dfrac{e^{z-2i} - 1}{ie^{(z-2i)^2} - z + i}$, $z_0 = 2i$.

11.8. $f(z) = \dfrac{2ie^{(z+3i)^2} + z + i}{e^{z+3i} - 1}$, $z_0 = -3i$.

11.9. $f(z) = \dfrac{e^{z-3i} - 1}{2ie^{(z-3i)^2} - z + i}$, $z_0 = 3i$.

11.10. $f(z) = \dfrac{e^{(z-i)^2} - 1}{e^{(z-i)^3} + z - 1 - i}$, $z_0 = i$.

11.11. $f(z) = \dfrac{e^{(z+i)^3} + z - 1 + i}{e^{(z+i)^2} - 1}$, $z_0 = -i$.

11.12. $f(z) = \dfrac{2ie^{(z-i)^2} - z - i}{e^{z-1} - 1}$, $z_0 = i$.

11.13. $f(z) = \dfrac{e^{z+i} - 1}{-2ie^{(z+i)^2} - z + i}$, $z_0 = -i$.

11.14. $f(z) = \dfrac{3ie^{(z-2i)^2} - z - i}{e^{(z-2i)^2} - 1}$, $z_0 = 2i$.

11.15. $f(z) = \dfrac{e^{(z+2i)^2} - 1}{3ie^{(z+2i)^2} + z - i}$, $z_0 = -2i$.

11.16. $f(z) = \dfrac{ie^{(z-2i)^2} - z + i}{e^{(z-2i)^2} - 1}$, $z_0 = 2i$.

11.17. $f(z) = \dfrac{e^{(z+3i)^2} - 1}{2ie^{(z+3i)^2} + z + i}$, $z_0 = -3i$.

11.18. $f(z) = \dfrac{2ie^{(z+3i)^2} - z + i}{e^{(z-3i)^2} - 1}$, $z_0 = 3i$.

11.19. $f(z) = \dfrac{e^{(z-i)^3} + z - 1 - i}{e^{(z-i)^3} - 1}$, $z_0 = i$.

11.20. $f(z) = \dfrac{e^{(z+i)^3} - 1}{e^{(z+i)^3} + z - 1 - i}$, $z_0 = -i$.

11.21. $f(z) = \dfrac{e^{(z-i)^2} - 1}{2ie^{(z-i)^2} - z - i}$, $z_0 = i$.

11.22. $f(z) = \dfrac{-2ie^{(z+i)^2} - z + i}{e^{(z+i)^2} - 1}$, $z_0 = -i$.

11.23. $f(z) = \dfrac{e^{(z-2i)^2} - 1}{3ie^{(z-2i)^3} - z - i}$, $z_0 = 2i$.

11.24. $f(z) = \dfrac{3ie^{(z+2i)^2} + z - i}{e^{(z+2i)^3} - 1}$, $z_0 = -2i$.

11.25. $f(z) = \dfrac{e^{(z-2i)^2} - 1}{ie^{(z-2i)^3} - z + i}$, $z_0 = 2i$.

Задача 12. Вычислить интегралы.

12.1. $\displaystyle\int\limits_{|z|=2} \frac{z^2 + \sin z}{z^3}\,dz.$

12.2. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{z^2 + \cos z^2}{z^4}\,dz.$

12.3. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{z + ze^z}{z^3}\,dz.$

12.4. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/2} \frac{1 - \sin\frac{1}{z}}{z}\,dz.$

12.5. $\displaystyle\int\limits_{|z|=4} \frac{z^4 + 2z^2 - z}{z^5}\,dz.$

12.6. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{\cos(iz) - 1}{z^5}\,dz.$

12.7. $\displaystyle\int\limits_{|z|=5} \frac{z^2e^{z^2} - 1}{z^5}\,dz.$

12.8. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/3} \frac{ze^{1/z} - 1}{z^3}\,dz.$

12.9. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/2} \frac{z^3 - \sin z}{2z^4}\,dz.$

12.10. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{z - e^{2z}}{z^2}\,dz.$

12.11. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/2} z^3 \sin\frac{1}{z}\,dz.$

12.12. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/3} \frac{z^2e^{1/z^2} - 1}{z^3}\,dz.$

12.13. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{\sin z - z}{z^2}\,dz.$

12.14. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - z^4 - 1}{z^5}\,dz.$

12.15. $\displaystyle\int\limits_{|z|=2} z^3 \cos\frac{1}{z^2}\,dz.$

12.16. $\displaystyle\int\limits_{|z|=5} \frac{z^3 + 1 - 2z^5}{z^4}\,dz.$

12.17. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/4} z^3 \sin\frac{1}{z^2}\,dz.$

12.18. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{z^2 + \cos z}{z^3}\,dz.$

12.19. $\displaystyle\int\limits_{|z|=2} \frac{z-\sin z}{z^4}\,dz.$

12.20. $\displaystyle\int\limits_{|z|=4} \frac{z^5-2z^4+1}{z^5}\,dz.$

12.21. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/2} \frac{\sin(z^2)-z^2}{z^7}\,dz.$

12.22. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1/3} \frac{e^{i/z}-1}{z}\,dz.$

12.23. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{z-\sin z}{z^4}\,dz.$

12.24. $\displaystyle\int\limits_{|z|=2} \frac{iz-\sin iz}{z^4}\,dz.$

12.25. $\displaystyle\int\limits_{|z|=1} \frac{\cos iz+z^2}{z^3}\,dz.$

Задача 13. Вычислить интегралы.

13.1. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos 2x}{2+3\cos x}\,dx.$

13.2. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{(\sqrt{5}-\cos x)^2}\,dx.$

13.3. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin^2 3x}{5-3\cos 2x}\,dx.$

13.4. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{1+\sin^2 x}\,dx.$

13.5. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{3}+2\sin 2x}\,dx.$

13.6. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{\cos x+2\sin x+5}\,dx.$

13.7. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{(\sin x+\sqrt{2})^2}\,dx.$

13.8. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{2+\cos x}\,dx.$

13.9. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos 2x}{\sqrt{2}+\sin x}\,dx.$

13.10. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{2+\cos x-\sin x}\,dx.$

13.11. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{(2+\cos x)^2}\,dx.$

13.12. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{(2+\sin x+\cos x)^2}\,dx.$

13.13. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{3+\cos 2x}\,dx.$

13.14. $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{\sin x+4\cos x+9}\,dx.$

13.15. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\cos^2 x + 1}\,dx.$

13.16. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2x}{5 - 4\cos 2x}\,dx.$

13.17. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{(2 + \cos x)^2}\,dx.$

13.18. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{(\sqrt{3} + \cos x - \sin x)^2}\,dx.$

13.19. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{(\sqrt{3} + \sin 2x)^2}\,dx.$

13.20. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3x}{5 - 3\cos 2x}\,dx.$

13.21. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{3\cos x + 2\sin x + 7}\,dx.$

13.22. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{(2 + \sin 2x)^2}\,dx.$

13.23. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3x}{5 - 4\cos 2x}\,dx.$

13.24. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{(\sqrt{2} + \sin x)^2}\,dx.$

13.25. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{2 + \cos x - \sin x}\,dx.$

Задача 14. Вычислить интегралы.

14.1. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 8x + 25)^2}\,dx.$

14.2. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x + 1}{(x^4 + 5x^2 + 4)^2}\,dx.$

14.3. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^3}\,dx.$

14.4. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^4 + 4)^2}\,dx.$

14.5. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)^2}\,dx.$

14.6. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 2x + 10)^2}\,dx.$

14.7. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^4 + 1)(x^2 + 1)}\,dx.$

14.8. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x + 1)^2}{(4x^2 - 12x + 10)^2}\,dx.$

14.9. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)^3}\,dx.$

14.10. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 4x + 8)^2}\,dx.$

14.11. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+2)^2}{(9x^2-6x+2)^2}\,dx.$

14.12. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+3}{(x^2+9)(x^2+1)^2}\,dx.$

14.13. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(4x^2-4x+17)^2}\,dx.$

14.14. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+4)(x^2+1)^3}\,dx.$

14.15. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1+2x^2}{(x^2-2x+2)^2}\,dx.$

14.16. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+1)^2(x^2+4)}\,dx.$

14.17. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2-8x+20)^2}\,dx.$

14.18. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{2x^4+3x^2+1}\,dx.$

14.19. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+9)}\,dx.$

14.20. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+4x+5)^2}\,dx.$

14.21. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2-6x+13)^2}\,dx.$

14.22. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+16)(x^2+4)^2}\,dx.$

14.23. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+8x+17)^2}\,dx.$

14.24. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+1)^3}\,dx.$

14.25. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+9)(x^2+1)^2}\,dx.$

Задача 15. Вычислить интегралы.

15.1. $\displaystyle\int_{0}^{\infty} \frac{x\sin 2x}{x^2+4}\,dx.$

15.2. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+2x+2}\,dx.$

15.3. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2+4x+5}\,dx.$

15.4. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+4)^2}\,dx.$

15.5. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+6x+13}\,dx.$

15.6. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x}{(x^2+1)^2}\,dx.$

15.7. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos x}{x^4+1}\,dx.$

15.8. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos 3x}{(x^2+1)^2}\,dx.$

15.9. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^2+1)(x^2+4)}\,dx.$

15.10. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{\cos 2x}{x^2+4x+8}\,dx.$

15.11. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x^2\cos x}{(x^2+2x+2)^2}\,dx.$

15.12. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{\cos x}{(x^2+6x+18)^2}\,dx.$

15.13. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\sin x}{(x^2+1)(x^2+4)}\,dx.$

15.14. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{(x-1)\cos 3x}{(x^2+4)^2}\,dx.$

15.15. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\cos x}{(x^2+6x+13)^2}\,dx.$

15.16. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\sin 2x}{(x^2+1)(x^2+9)}\,dx.$

15.17. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{\cos 2x}{(x^2+2x+5)^2}\,dx.$

15.18. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\cos x}{(x^2+2x+5)^2}\,dx.$

15.19. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\cos x}{(x^2+6x+25)^2}\,dx.$

15.20. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{\cos x}{x^4+5x^2+4}\,dx.$

15.21. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\sin x}{x^4+10x^2+9}\,dx.$

15.22. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{(2x+1)\cos 2x}{(x^2+1)^2}\,dx.$

15.23. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{(2-x)\sin 3x}{(x^2+9)^2}\,dx.$

15.24. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos 2x}{(x^2+1)(x^2+9)}\,dx.$

15.25. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{x\sin x}{(x^2+6x+13)^2}\,dx.$

Задача 16. Вычислить интегралы.

16.1. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x}(x+1)(2x+1)}\,dx.$

16.2. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}\,dx.$

16.3. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[4]{x}}{x^2+3x+2}\,dx.$

16.4. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[4]{x}}{(x+1)^2}\,dx.$

16.5. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{x^2+2x+2}\,dx.$

16.6. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[6]{x}(x+1)^2}\,dx.$

16.7. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{x}(x^3+1)}\,dx.$

16.8. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[4]{x}}{(x+1)(x+3)}\,dx.$

16.9. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{x}(x+1)^2}\,dx.$

16.10. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[4]{x}}{x^3+1}\,dx.$

16.11. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[6]{x}}{(x+1)^2}\,dx.$

16.12. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{x}(x^2+1)}\,dx.$

16.13. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[6]{x}}{(x^2+1)^2}\,dx.$

16.14. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[6]{x}(x+1)}\,dx.$

16.15. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+4x+3}\,dx.$

16.16. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[6]{x}(x^2+4)}\,dx.$

16.17. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{x}(x+1)(x+4)}\,dx.$

16.18. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[6]{x}(x^2+1)}\,dx.$

16.19. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[6]{x}(x+2)^2}\,dx.$

16.20. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}(x^2+1)^2}\,dx.$

16.21. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+4}\,dx.$

16.22. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[6]{x}}{x^2+3x+2}\,dx.$

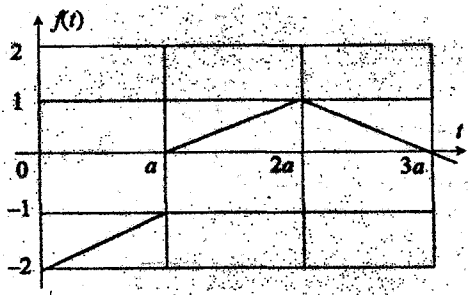
16.23. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sqrt[4]{x}}{(x+4)^3}\,dx.$

16.24. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x}(x^2+1)}\,dx.$

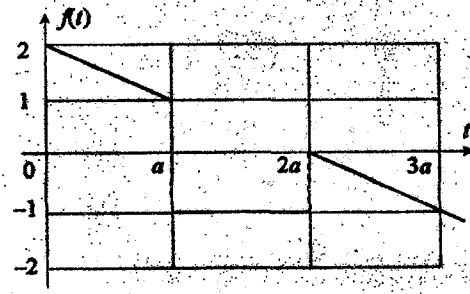
16.25. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x}(2x+1)^2}\,dx.$

Задача 17. По данному графику оригинала найти изображение.

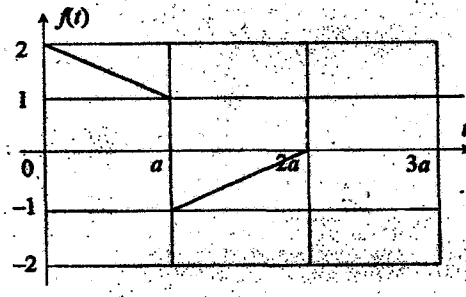
17.1.



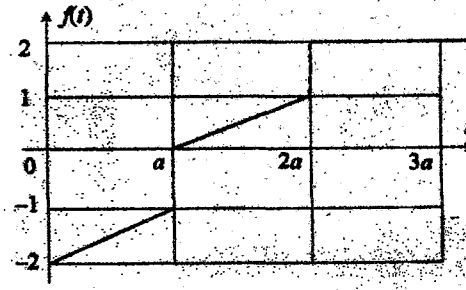
17.2.



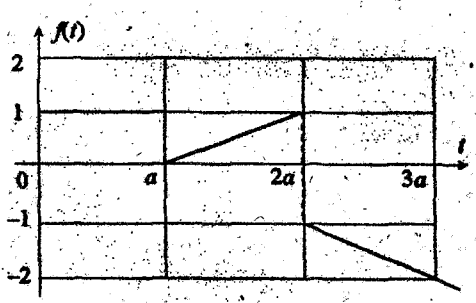
17.3.



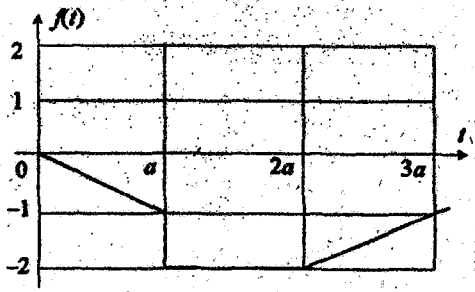
17.4.



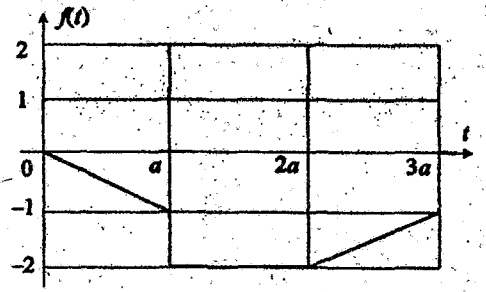
17.5.



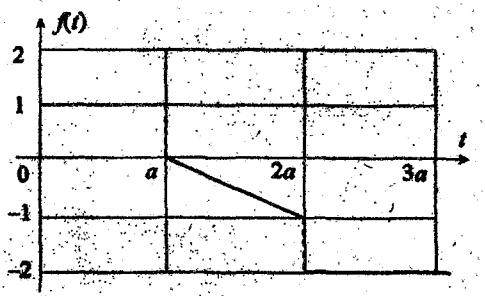
17.6.



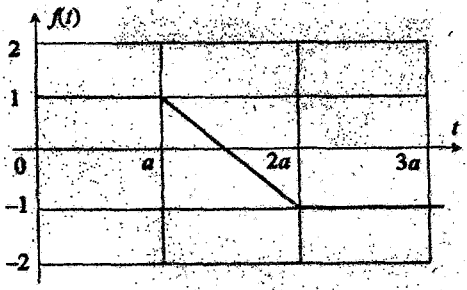
17.7.



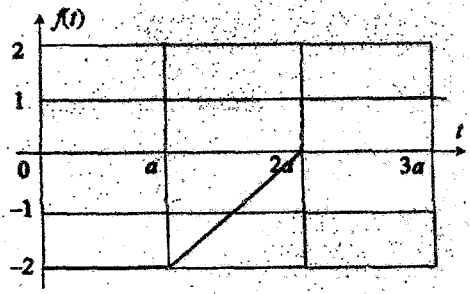
17.8.



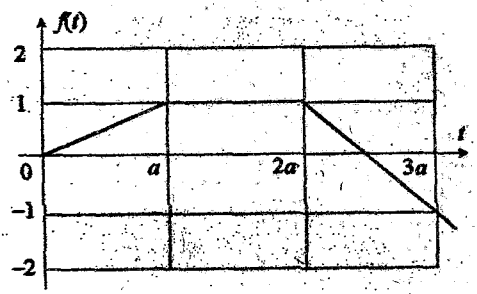
17.9.



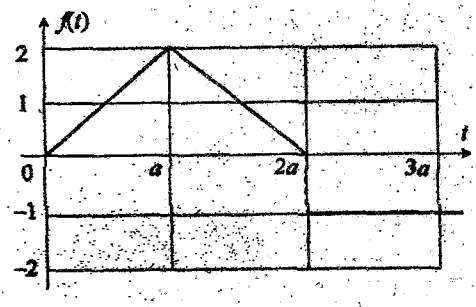
17.10.



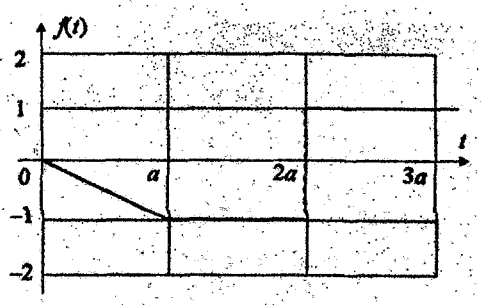
17.11.



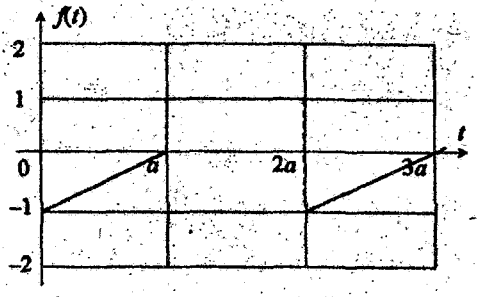
17.12.



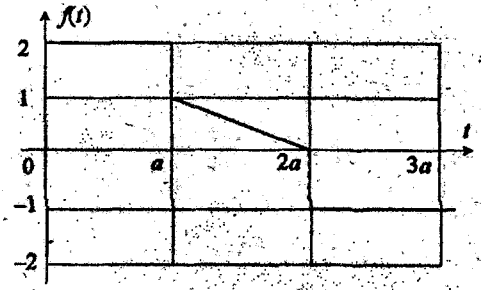
17.13.



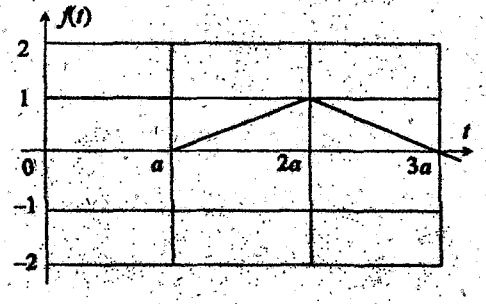
17.14.



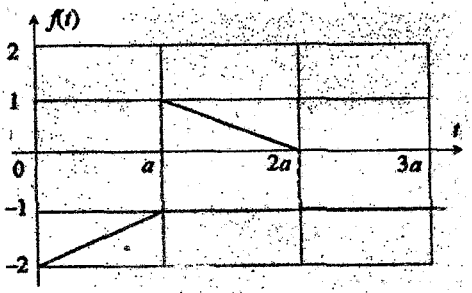
17.15.



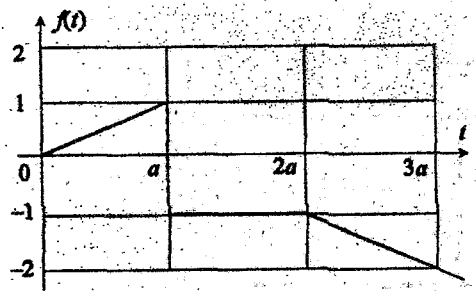
17.16.



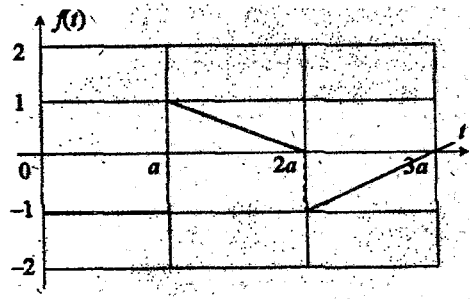
17.17.



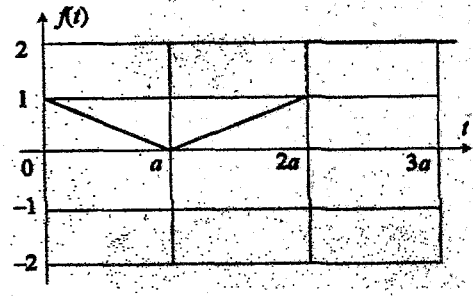
17.18.



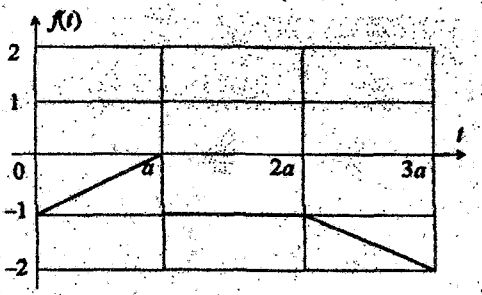
17.19.



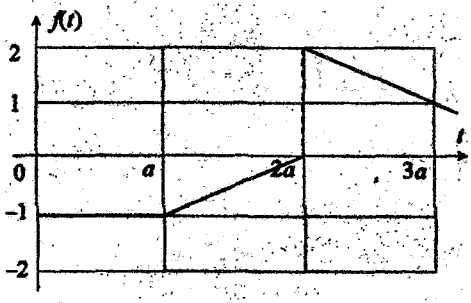
17.20.



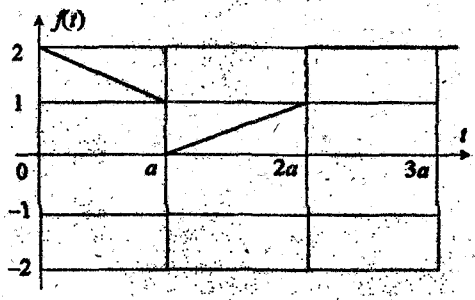
17.21.



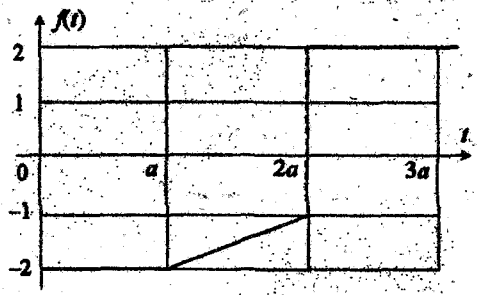
17.22.

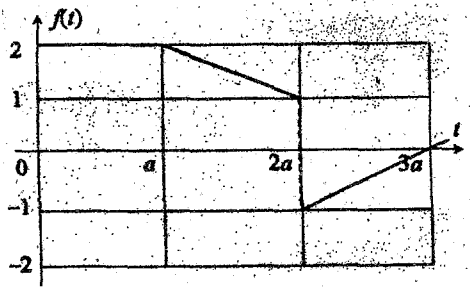


17.23.



17.24.



17.25. 

Задача 18. Найти оригинал по заданному изображению.

18.1. $\dfrac{p^2+1}{(p-1)(p^2-3p+2)}$.

18.2. $\dfrac{p^2+p}{(p^2+4)(p+2)}$.

18.3. $\dfrac{2p+1}{(p^2+6p+10)(p+2)}$.

18.4. $\dfrac{p^2+p+1}{(p^2+4p+5)(p+3)}$.

18.5. $\dfrac{1}{(4p^2-4p+2)(2p+1)}$.

18.6. $\dfrac{50p}{(9p^2-6p+2)(p+2)}$.

18.7. $\dfrac{2p+3}{(p^2+6p+13)(p+1)}$.

18.8. $\dfrac{2p-3}{(p+1)(p^2-3p+2)}$.

18.9. $\dfrac{4p-1}{(p^2-1)(p+4)}$.

18.10. $\dfrac{2p-2}{(4p^2-4p-8)(p+2)}$.

18.11. $\dfrac{61p-61}{(p^2-4p+13)(2p+1)}$.

18.12. $\dfrac{p^2+4}{(p+1)(p^2-2p-8)}$.

18.13. $\dfrac{2p}{(p-3)(2p^2-3p+1)}$.

18.14. $\dfrac{53p}{(4p^2-4p+5)(p+3)}$.

18.15. $\dfrac{p+3}{(4p^2-1)(p+2)}$.

18.16. $\dfrac{p-2}{(2p^2-5p-3)(p+1)}$.

18.17. $\dfrac{p^2+1}{(3p-2p^2-1)(p-1)}$.

18.18. $\dfrac{p^2+p}{(p^2-2p+17)(2-p)}$.

18.19. $\dfrac{4p-1}{(2p^2+9p+9)(p+2)}$.

18.20. $\dfrac{p^2+3}{(p^2-3p-4)(p+2)}$.

18.21. $\dfrac{3p-5}{(p^2-4p+5)(p+3)}$.

18.22. $\dfrac{2p+3}{(4p^2+4p+1)(p+1)}$.

18.23. $\dfrac{1-p^2}{(p+1)(p^2+4p+8)}$.

18.24. $\dfrac{p}{(p-4)(4p^2+4p+1)}$.

18.25. $\dfrac{p^2+1}{(p-1)(p^2+2p+10)}$.

Задача 19. Операционным методом решить задачу Коши.

19.1. $y'' - 3y' + 2y = 2e^t \cos\frac{t}{2}$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

19.2. $4y'' + 4y' + y = te^t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.

19.3. $y'' + y = \sin\frac{t}{2}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

19.4. $2y'' - 3y' - 2y = \cos t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

19.5. $2y'' + 3y' + y = e^{-t}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

19.6. $y'' + 2y' + 2y = 8e^t \sin t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

19.7. $y'' + 2y' + 5y = 10\sin t$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

19.8. $y'' - 4y' + 5y = 5e^t \sin t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.

19.9. $4y'' - 8y' + 5y = 3e^t \sin t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -11$.

19.10. $4y'' - 12y' + 13y = 5e^t$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

19.11. $y'' - 6y' + 18y = 13e^{2t} \sin 2t$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

19.12. $9y'' + 6y' + 2y = 17e^t$; $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

19.13. $6y'' + 7y' + 2y = 13\cos t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

19.14. $3y'' + 7y' + 2y = 50\sin t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

19.15. $4y'' + 6y' + 2y = 12e^t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

19.16. $9y'' + 9y' + 2y = 35e^{t/2}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.

19.17. $4y'' + 4y' + 5y = 20e^{-t} \cos\frac{t}{2}$; $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.

19.18. $4y'' - 12y' + 13y = 5e^t$; $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$.

19.19. $y'' + 4y' = \cos 2t$; $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.

19.20. $y'' - 2y' + 10y = e^t \cos 3t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

19.21. $y'' - 2y' + 17y = 34e^{2t}$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

19.22. $y'' - 2y' + 17y = 17e^{-t} \sin 4t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

19.23. $9y'' + 6y' + 5y = 32e^{-t/3} \sin 2t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

19.24. $2y'' - 3y' - 5y = 7e^{-t}$; $y(0) = -3$, $y'(0) = 0$.

19.25. $y'' - 2y' + 10y = 13\cos 2t$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Задача 20. Решить дифференциальное уравнение $\ddot{x} + x = f(t)$ при нулевых начальных условиях.

20.1. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 2\dfrac{t}{\pi}, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ 2\dfrac{\pi - t}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.2. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 2\dfrac{t}{\pi}, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.3. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 1, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ 2\dfrac{\pi - t}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.4. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ -1, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.5. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 2\dfrac{t}{\pi}, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ -2\dfrac{\pi - t}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.6. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.7. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 1, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ -1, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.8. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ -2\dfrac{t}{\pi}, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ 2\dfrac{\pi - t}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.9. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < \dfrac{\pi}{2}, \\ -1, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.10. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ -2\dfrac{t}{\pi}, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ -2\dfrac{\pi - t}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.11. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ -2\dfrac{t}{\pi}, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ -1, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.12. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ -1, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ -2\dfrac{\pi - t}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

20.13. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ 2\dfrac{t}{\pi}, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$ 20.14. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ \dfrac{\pi-2t}{\pi}, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$

20.15. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ \dfrac{\pi-2t}{\pi}, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ -2\dfrac{\pi-t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$ 20.16. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ -2\dfrac{t}{\pi}, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$

20.17. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ 2\dfrac{\pi-t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$ 20.18. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ 1, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ -2\dfrac{\pi-t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$

20.19. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$ 20.20. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ -1, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$

20.21. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ -1, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ 2\dfrac{\pi-t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$ 20.22. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{\pi-2t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$

20.23. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ 1, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{\pi-2t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$ 20.24. $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, & 0\leqslant t<\dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{\pi-2t}{\pi}, & \dfrac{\pi}{2}\leqslant t<\pi, \\ 0, & t\geqslant\pi. \end{cases}$

20.25. $f(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 1, \ 0 \leqslant t < \dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{2t-\pi}{\pi}, \ \dfrac{\pi}{2} \leqslant t < \pi, \\ 0, \ t \geqslant \pi. \end{cases}$

Задача 21. С помощью формулы Дюамеля решить уравнения при нулевых начальных условиях.

21.1. $\ddot{x} - x = \dfrac{1}{(1+e^t)^2}$.

21.2. $\ddot{x} + x = \dfrac{1}{2+\cos t}$.

21.3. $\ddot{x} - x = \operatorname{th} t$.

21.4. $\ddot{x} - x = \dfrac{e^t}{(1+e^t)^2}$.

21.5. $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = \dfrac{e^t}{1+t}$.

21.6. $\ddot{x} - x = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 t}$.

21.7. $\ddot{x} + x = \dfrac{1}{1+\cos^2 t}$.

21.8. $\ddot{x} - x = \dfrac{1}{1+\operatorname{ch} t}$.

21.9. $\ddot{x} + x = \dfrac{1}{1+\sin^2 t}$.

21.10. $\ddot{x} - x = \dfrac{\operatorname{sh} t}{\operatorname{ch}^2 t}$.

21.11. $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = \dfrac{e^t}{1+t^2}$.

21.12. $\ddot{x} - x = \dfrac{1}{\operatorname{ch} t}$.

21.13. $\ddot{x} - x = \dfrac{e^{-t}}{1+e^{-t}}$.

21.14. $\ddot{x} + x = \dfrac{1}{4+\operatorname{tg}^2 t}$.

21.15. $\ddot{x} - x = \dfrac{e^t}{1+e^t}$.

21.16. $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = \dfrac{e^t}{\operatorname{ch}^2 t}$.

21.17. $\ddot{x} - x = \operatorname{th}^2 t$.

21.18. $\ddot{x} + x = \dfrac{e^{2t}}{3+e^t}$.

21.19. $\ddot{x} - 2\dot{x} = \dfrac{e^t}{\operatorname{ch} t}$.

21.20. $\ddot{x} - 2\dot{x} = \dfrac{e^t}{\operatorname{ch} t}$.

21.21. $\ddot{x} - \dot{x} = \dfrac{e^{2t}}{2+e^t}$.

21.22. $\ddot{x} + 2\dot{x} = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 t}$.

21.23. $\ddot{x} - 4x = \operatorname{th}^2 2t$.

21.24. $\ddot{x} - x = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^3 t}$.

21.25. $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = \dfrac{e^{-2t}}{(1+2t)^2}$.

Задача 22. Решить систему дифференциальных уравнений.

22.1. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + y, \ x(0) = 0, \\ \dot{y} = x - 2y, \ y(0) = 1. \end{cases}$

22.2. $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y, \ x(0) = 1, \\ \dot{y} = 4x - y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.3. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \ x(0) = 1, \\ \dot{y} = 3x + 4y, \ y(0) = 1. \end{cases}$

22.4. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3y, \ x(0) = 1, \\ \dot{y} = 2x - y, \ y(0) = 7. \end{cases}$

22.5. $\begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y, \ x(0) = 5, \\ \dot{y} = 2x - y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.6. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \ x(0) = 2, \\ \dot{y} = 5x - 2y, \ y(0) = 6. \end{cases}$

22.7. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y, \ x(0) = 7, \\ \dot{y} = 5x - y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.8. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 5y, \ x(0) = -1, \\ \dot{y} = 4x + 2y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.9. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 6y, \ x(0) = 2, \\ \dot{y} = -2x + 2y, \ y(0) = 1. \end{cases}$

22.10. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 6y, \ x(0) = 0, \\ \dot{y} = -4x + y, \ y(0) = 5. \end{cases}$

22.11. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - y, \ x(0) = 0, \\ \dot{y} = -5x + 8y, \ y(0) = 6. \end{cases}$

22.12. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y, \ x(0) = 4, \\ \dot{y} = 3x - 4y, \ y(0) = 4. \end{cases}$

22.13. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 5y, \ x(0) = 3, \\ \dot{y} = 7x + y, \ y(0) = -1. \end{cases}$

22.14. $\begin{cases} \dot{x} = 8x + y, \ x(0) = -2, \\ \dot{y} = 3x + 6y, \ y(0) = 1. \end{cases}$

22.15. $\begin{cases} \dot{x} = 8x + 2y, \ x(0) = -1, \\ \dot{y} = -3x + 4y, \ y(0) = 2. \end{cases}$

22.16. $\begin{cases} \dot{x} = 6x + y, \ x(0) = -1, \\ \dot{y} = -3x + 2y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.17. $\begin{cases} \dot{x} = 5x + y, \ x(0) = 2, \\ \dot{y} = -3x + y, \ y(0) = 1. \end{cases}$

22.18. $\begin{cases} \dot{x} = -x + 4y, \ x(0) = 2, \\ \dot{y} = -3x + 6y, \ y(0) = 1. \end{cases}$

22.19. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 8y, \ x(0) = 11, \\ \dot{y} = 3x + 7y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.20. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y, \ x(0) = 7, \\ \dot{y} = 4x + y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.21. $\begin{cases} \dot{x} = 9x + 8y, \ x(0) = 0, \\ \dot{y} = 5x + 6y, \ y(0) = 13. \end{cases}$

22.22. $\begin{cases} \dot{x} = 9x + 4y, \ x(0) = 0, \\ \dot{y} = 5x + y, \ y(0) = 6. \end{cases}$

22.23. $\begin{cases} \dot{x} = 9x + 3y, \ x(0) = 7, \\ \dot{y} = 2x + 4y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.24. $\begin{cases} \dot{x} = 8x - 3y, \ x(0) = 7, \\ \dot{y} = -4x + 7y, \ y(0) = 0. \end{cases}$

22.25. $\begin{cases} \dot{x} = 8x - 3y, \ x(0) = 0, \\ \dot{y} = -2x + 3y, \ y(0) = 7. \end{cases}$

Задача 23. Решить интегральное уравнение.

23.1. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = t^2.$

23.2. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = t^3.$

23.3. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = t.$

23.4. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = e^{-t}\sin t.$

23.5. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = te^{-t}$. 23.6. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = t$.

23.7. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = \sin t$. 23.8. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = t^2$.

23.9. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = te^{t}$. 23.10. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = t^2e^{-t}$.

23.11. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = te^{-t}$. 23.12. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = t\,\mathrm{sh}\,t$.

23.13. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = t\,\mathrm{ch}\,t$.

23.14. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = t^2e^{2t}$.

23.15. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = 4te^{-2t}$.

23.16. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = 2\sin 2t$.

23.17. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = t^2\,\mathrm{sh}\,t$.

23.18. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = 2t\,\mathrm{ch}\,t$. 23.19. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = 2t\,\mathrm{sh}\,t$.

23.20. $\int\limits_0^t x(\tau)(t-\tau)^3\,d\tau = \frac{1}{20}t^5$. 23.21. $\int\limits_0^t x(\tau)(t-\tau)^2\,d\tau = t^4 + 4t^3$.

23.22. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = t^4.$ 23.23. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = 3t^2.$

23.24. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = 4e^{-t}\,\mathrm{sh}\,t.$

23.25. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = t^3.$

Задача 24. Решить интегро-дифференциальное уравнение.

24.1. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = \dot{x}(t) + x(t) + e^{-t};\ x(0) = 0.$

24.2. $\int\limits_0^t x(\tau)\cos(t-\tau)\,d\tau = \dot{x}(t) - \frac{1}{2}x(t) + \sin t;\ x(0) = 0.$

24.3. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = \dot{x}(t) - \frac{1}{2}x(t) + \sin t;\ x(0) = 0.$

24.4. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = \ddot{x}(t) - x(t) + \mathrm{ch}\,t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.5. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = \frac{1}{2}\ddot{x}(t) + \mathrm{sh}\,t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.6. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = -\frac{1}{2}\ddot{x}(t) - \frac{1}{2}e^t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.7. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = -\dot{x}(t) - te^t;\ x(0) = 0.$

24.8. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = -\dot{x}(t) - t^2e^t;\ x(0) = 0.$

24.9. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = -\ddot{x}(t) - \sin t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.10. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = -\frac{1}{2}\dot{x}(t) - \frac{1}{2}\sin t;\ x(0) = 0.$

24.11. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = -\frac{1}{2}\dot{x}(t) - \frac{1}{2}\cos t;\ x(0) = 0.$

24.12. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = \frac{1}{2}\ddot{x}(t) + 3\sin t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.13. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = \ddot{x}(t) - \dot{x}(t) + e^t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.14. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = \ddot{x}(t) - \dot{x}(t) + 5e^{-t};\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.15. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = \dot{x}(t) + 2e^{-t};\ x(0) = 0.$

24.16. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = \dot{x}(t) + t^2e^{-t};\ x(0) = 0.$

24.17. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = 2\dot{x}(t) + \cos t;\ x(0) = 0.$

24.18. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = 2\ddot{x}(t) - 5\dot{x}(t) + e^t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.19. $\int\limits_0^t x(\tau)e^{t-\tau}\,d\tau = 2\ddot{x}(t) - 5\dot{x}(t) - 5\,\mathrm{sh}\,t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.20. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = \ddot{x}(t) + x(t) - \sin t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.21. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = \dot{x}(t) + x(t) + 3e^t;\ x(0) = 0.$

24.22. $\int\limits_0^t x(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau = 2\dot{x}(t) + x(t) - \frac{15}{2}\cos t;\ x(0) = 0.$

24.23. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = \ddot{x}(t) - \dot{x}(t) - 8e^t\sin t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

24.24. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{ch}(t-\tau)\,d\tau = \dot{x}(t) - te^t;\ x(0) = 0.$

24.25. $\int\limits_0^t x(\tau)\,\mathrm{sh}(t-\tau)\,d\tau = \frac{1}{2}\ddot{x}(t) - 3\,\mathrm{ch}\,t;\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0.$

Типовой расчет № 8.
Уравнения математической физики

Задача 1. Найти в указанной области отличные от тождественного нуля решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения, удовлетворяющие заданным краевым условиям (задача Штурма–Лиувилля).

1.1. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1 \leqslant x \leqslant 2, \\ y(1) = y'(2) = 0. \end{cases}$ 1.2. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 3/2 \leqslant x \leqslant 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$

1.3. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/2 \leqslant x \leqslant \pi, \\ y(\pi/2) = y'(\pi) = 0. \end{cases}$ 1.4. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/4 \leqslant x \leqslant \pi/2, \\ y(\pi/4) = y'(\pi/2) = 0. \end{cases}$

1.5. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1/2 \leqslant x \leqslant 1, \\ y(1/2) = y'(1) = 0. \end{cases}$ 1.6. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 3/4 \leqslant x \leqslant 1, \\ y(3/4) = y'(1) = 0. \end{cases}$

1.7. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi \leqslant x \leqslant 2\pi, \\ y(\pi) = y'(2\pi) = 0. \end{cases}$ 1.8. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/2 \leqslant x \leqslant 3\pi/4, \\ y(\pi/2) = y'(3\pi/4) = 0. \end{cases}$

1.9. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1 \leqslant x \leqslant 3/2, \\ y(1) = y'(3/2) = 0. \end{cases}$ 1.10. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1/4 \leqslant x \leqslant 1/2, \\ y(1/4) = y'(1/2) = 0. \end{cases}$

1.11. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/2 \leqslant x \leqslant 3\pi/2, \\ y(\pi/2) = y'(3\pi/2) = 0. \end{cases}$

1.12. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 3/4 \leqslant x \leqslant 5/4, \\ y(3/4) = y'(5/4) = 0. \end{cases}$

1.13. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1/2 \leqslant x \leqslant 3/2, \\ y(1/2) = y'(3/2) = 0. \end{cases}$

1.14. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/2 \leqslant x \leqslant 5\pi/4, \\ y(\pi/2) = y'(5\pi/4) = 0. \end{cases}$

1.15. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi \leqslant x \leqslant 3\pi/2, \\ y(\pi) = y'(3\pi/2) = 0. \end{cases}$

1.16. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 3\pi/4 \leqslant x \leqslant 5\pi/2, \\ y(3\pi/4) = y'(5\pi/2) = 0. \end{cases}$

1.17. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1 \leqslant x \leqslant 2, \\ y'(1) = y(2) = 0. \end{cases}$ 1.18. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 3/2 \leqslant x \leqslant 2, \\ y'(3/2) = y(2) = 0. \end{cases}$

1.19. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/2 \leqslant x \leqslant \pi, \\ y'(\pi/2) = y(\pi) = 0. \end{cases}$ 1.20. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/4 \leqslant x \leqslant \pi/2, \\ y'(\pi/4) = y(\pi/2) = 0. \end{cases}$

1.21. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1/2 \leqslant x \leqslant 1, \\ y'(1/2) = y(1) = 0. \end{cases}$ 1.22. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 3/4 \leqslant x \leqslant 1, \\ y'(3/4) = y(1) = 0. \end{cases}$

1.23. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi \leqslant x \leqslant 2\pi, \\ y'(\pi) = y(2\pi) = 0. \end{cases}$ 1.24. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ \pi/2 \leqslant x \leqslant 3\pi/4, \\ y'(\pi/2) = y(3\pi/4) = 0. \end{cases}$

1.25. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \ 1 \leqslant x \leqslant 3/2, \\ y'(1) = y(3/2) = 0. \end{cases}$

Задача 2. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду.

2.1. $u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} + u_x + u_y = 0.$

2.2. $u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} - u_x - 2u_y = 0.$

2.3. $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 2u_x - 2u_y = 0.$

2.4. $u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} + u_x + 3u_y = 0.$

2.5. $u_{xx} - 6u_{xy} + 9u_{yy} - 2u_x + 6u_y = 0.$

2.6. $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x - 3u_y = 0.$

2.7. $u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} + 3u_x - 6u_y = 0.$

2.8. $9u_{xx} + 6u_{xy} + u_{yy} - 9u_x - 3u_y = 0.$

2.9. $u_{xx} + 8u_{xy} + 16u_{yy} - u_x - 4u_y = 0.$

2.10. $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 4u_x - 4u_y = 0.$

2.11. $16u_{xx} + 8u_{xy} + u_{yy} - 8u_x - 2u_y = 0.$

2.12. $4u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + 8u_x + 4u_y = 0.$

2.13. $u_{xx} - 8u_{xy} + 16u_{yy} + 3u_x - 12u_y = 0.$

2.14. $25u_{xx} - 10u_{xy} + u_{yy} - 15u_x + 3u_y = 0.$

2.15. $u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} + 5u_x + 15u_y = 0.$

2.16. $25u_{xx} + 10u_{xy} + u_{yy} + 20u_x + 4u_y = 0.$

2.17. $u_{xx} + 8u_{xy} + 16u_{yy} + 5u_x + 20u_y = 0.$

2.18. $u_{xx} - 10u_{xy} + 25u_{yy} + 5u_x - 25u_y = 0.$

2.19. $u_{xx} + 12u_{xy} + 36u_{yy} + u_x + 6u_y = 0.$

2.20. $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 6u_x - 6u_y = 0.$

2.21. $u_{xx} - 12u_{xy} + 36u_{yy} + 2u_x - 12u_y = 0.$

2.22. $36u_{xx} + 12u_{xy} + u_{yy} + 18u_x + 3u_y = 0.$

2.23. $u_{xx} + 144u_{xy} + 49u_{yy} + 2u_x + 14u_y = 0.$

2.24. $36u_{xx} - 12u_{xy} + u_{yy} + 18u_x - 3u_y = 0.$

2.25. $49u_{xx} - 14u_{xy} + u_{yy} + 14u_x - 2u_y = 0.$

Задача 3. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге.

3.1. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = \varphi^2 + \varphi + 1.$

3.2. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = \varphi^2 - \varphi.$

3.3. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = 2\varphi^2 + 3\varphi + 5.$

3.4. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = \varphi^2 + 5\varphi + 7.$

3.5. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=3} = \varphi^2.$

3.6. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = 3\varphi^2 + \varphi + 2.$

3.7. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 4,$ $u|_{r=4} = 5\varphi^2 + 2\varphi + 2.$

3.8. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = 4\varphi^2 + 3\varphi + 1.$

3.9. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = \varphi^2.$

3.10. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = 3\varphi^2 - \varphi - 1.$

3.11. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = 2\varphi^2 - 5\varphi - 2.$

3.12. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = 4\varphi^2 - 3\varphi + 1.$

3.13. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = 5\varphi^2 - 2\varphi + 1.$

3.14. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = \varphi^2 - 5\varphi.$

3.15. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 3,$ $u|_{r=3} = -\varphi^2 + 3\varphi.$

3.16. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 3,$ $u|_{r=3} = -2\varphi^2 + 7.$

3.17. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = \varphi^2 - 3\varphi + 4.$

3.18. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = \varphi^2 + 7\varphi - 1.$

3.19. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = 10\varphi^2 - 2\varphi - 1.$

3.20. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = 6\varphi^2 - 5\varphi + 3.$

3.21. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = -3\varphi^2 + 5\varphi - 2.$

3.22. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 3,$ $u|_{r=3} = \varphi^2 + 2\varphi.$

3.23. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 4,$ $u|_{r=4} = \varphi^2 - \varphi.$

3.24. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 1,$ $u|_{r=1} = 3\varphi^2 + 2\varphi - 2.$

3.25. $\Delta u = 0,\ 0 \leqslant r < 2,$ $u|_{r=2} = -4\varphi^2 - 3\varphi + 1.$

Задача 4. Решить краевую задачу для уравнения Пуассона в кольце.

4.1. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}},\ 1 \leqslant r \leqslant 2,\ u|_{r=1} = 0,\ \left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 0.$

4.2. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 1$.

4.3. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 0$.

4.4. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 1$.

4.5. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 1$.

4.6. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 0$.

4.7. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 2$.

4.8. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 0$.

4.9. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 0$.

4.10. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 0$.

4.11. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 2$.

4.12. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 3$, $u|_{r=1} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=3} = 0$.

4.13. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 3$, $u|_{r=1} = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=3} = 1$.

4.14. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 3$, $u|_{r=1} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=3} = 1$.

4.15. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 3$, $u|_{r=1} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=3} = 2$.

4.16. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 3$, $u|_{r=1} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=3} = 1$.

4.17. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 3$, $u|_{r=1} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=3} = 2$.

4.18. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 1$.

4.19. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 2$.

4.20. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 2$.

4.21. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 1$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 2$.

4.22. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 2$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 1$.

4.23. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 3$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 2$.

4.24. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1/2 \leqslant r \leqslant 1$, $u|_{r=1/2} = 3$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=1} = 3$.

4.25. $u_{xx} + u_{yy} = \dfrac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $1 \leqslant r \leqslant 2$, $u|_{r=1} = 3$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=2} = 1$.

Задача 5. Найти функцию, удовлетворяющую внутри круга уравнению Гельмгольца и принимающую на границе круга заданные значения.

5.1. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 1$, $u|_{r=1} = 25 \sin^3 \varphi$.

5.2. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 1,5$, $u|_{r=1,5} = 24 \sin^3 \varphi$.

5.3. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 2$, $u|_{r=2} = 23 \sin^3 \varphi$.

5.4. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 2,5$, $u|_{r=2,5} = 22 \sin^3 \varphi$.

5.5. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 20$, $u|_{r=20} = 21 \sin^3 \varphi$.

5.6. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 3$, $u|_{r=3} = 20 \sin^3 \varphi$.

5.7. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 4$, $u|_{r=4} = 19 \sin^3 \varphi$.

5.8. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 15$, $u|_{r=15} = 18 \sin^3 \varphi$.

5.9. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 3,5$, $u|_{r=3,5} = 17 \sin^3 \varphi$.

5.10. $\Delta u + k^2 u = 0$, $0 \leqslant r < 4,5$, $u|_{r=4,5} = 16 \sin^3 \varphi$.

5.11. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 5,\ u|_{r=5} = 15\sin^3\varphi.$

5.12. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 5,5,\ u|_{r=5,5} = 14\sin^3\varphi.$

5.13. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 6,\ u|_{r=6} = 13\sin^3\varphi.$

5.14. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 6,5,\ u|_{r=6,5} = 12\sin^3\varphi.$

5.15. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 7,\ u|_{r=7} = 11\sin^3\varphi.$

5.16. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 7,5,\ u|_{r=7,5} = 10\sin^3\varphi.$

5.17. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 8,\ u|_{r=8} = 9\sin^3\varphi.$

5.18. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 8,5,\ u|_{r=8,5} = 8\sin^3\varphi.$

5.19. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 9,\ u|_{r=9} = 7\sin^3\varphi.$

5.20. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 9,5,\ u|_{r=9,5} = 6\sin^3\varphi.$

5.21. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 10,\ u|_{r=10} = 5\sin^3\varphi.$

5.22. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 10,5,\ u|_{r=10,5} = 4\sin^3\varphi.$

5.23. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 11,\ u|_{r=11} = 3\sin^3\varphi.$

5.24. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 11,5,\ u|_{r=11,5} = 2\sin^3\varphi.$

5.25. $\Delta u + k^2 u = 0,\ 0 \leqslant r < 12,\ u|_{r=12} = \sin^3\varphi.$

Задача 6. Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения на отрезке.

6.1. $u_{tt} = u_{xx},\ 0 < x < 1,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0.$

6.2. $u_{tt} = u_{xx},\ 0 < x < 3/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3/2,t) = 0.$

6.3. $u_{tt} = 9u_{xx},\ 0 < x < 3,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3,t) = 0.$

6.4. $u_{tt} = 4u_{xx},\ 0 < x < 2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(2,t) = 0.$

6.5. $u_{tt} = 1/4u_{xx},\ 0 < x < 1/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1/2,t) = 0.$

6.6. $u_{tt} = 4u_{xx},\ 0 < x < 1,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0.$

6.7. $u_{tt} = 4/9u_{xx},\ 0 < x < 2/3,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-2/3),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(2/3,t) = 0.$

6.8. $u_{tt} = 4u_{xx},\ 0 < x < 1/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1/2,t) = 0.$

6.9. $u_{tt} = u_{xx},\ 0 < x < 2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(2,t) = 0.$

6.10. $u_{tt} = 16u_{xx},\ 0 < x < 3,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3,t) = 0.$

6.11. $u_{tt} = 16u_{xx},\ 0 < x < 2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(2,t) = 0.$

6.12. $u_{tt} = 9u_{xx},\ 0 < x < 1,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0.$

6.13. $u_{tt} = 1/9u_{xx},\ 0 < x < 1/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1/2,t) = 0.$

6.14. $u_{tt} = u_{xx},\ 0 < x < 3,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3,t) = 0.$

6.15. $u_{tt} = 16u_{xx},\ 0 < x < 1,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0.$

6.16. $u_{tt} = 9u_{xx},\ 0 < x < 3/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3/2,t) = 0.$

6.17. $u_{tt} = 4u_{xx},\ 0 < x < 3,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3,t) = 0.$

6.18. $u_{tt} = 1/4u_{xx},\ 0 < x < 2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(2,t) = 0.$

6.19. $u_{tt} = 1/4u_{xx},\ 0 < x < 1,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0.$

6.20. $u_{tt} = u_{xx},\ 0 < x < 1/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1/2,t) = 0.$

6.21. $u_{tt} = 4/9u_{xx},\ 0 < x < 2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(2,t) = 0.$

6.22. $u_{tt} = 9/4u_{xx},\ 0 < x < 3/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3/2,t) = 0.$

6.23. $u_{tt} = 1/9u_{xx},\ 0 < x < 1,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-1),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0.$

6.24. $u_{tt} = 9/4u_{xx},\ 0 < x < 3,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x-3),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(3,t) = 0.$

6.25. $u_{tt} = 9u_{xx},\ 0 < x < 1/2,\ 0 < t < \infty,\ u(x,0) = x(x - 1/2),$
$u_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0,\ u(1/2,t) = 0.$

Задача 7. Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике.

7.1. $u_{tt} = \Delta u,\ u|_{t=0} = \frac{xy}{64}(2-x)(3-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=2} = u|_{y=3} = 0.$

7.2. $u_{tt} = 4\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(3-x)(4-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=3} = u|_{y=4} = 0.$

7.3. $u_{tt} = 9\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(4-x)(5-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=4} = u|_{y=5} = 0.$

7.4. $u_{tt} = 16\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(5-x)(6-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=5} = u|_{y=6} = 0.$

7.5. $u_{tt} = 25\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(6-x)(2-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=6} = u|_{y=2} = 0.$

7.6. $u_{tt} = 4\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(2-x)(4-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=2} = u|_{y=4} = 0.$

7.7. $u_{tt} = 9\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(3-x)(5-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=3} = u|_{y=5} = 0.$

7.8. $u_{tt} = 16\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(4-x)(6-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=4} = u|_{y=6} = 0.$

7.9. $u_{tt} = 25\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(5-x)(2-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=5} = u|_{y=2} = 0.$

7.10. $u_{tt} = \Delta u,\ u|_{t=0} = xy(6-x)(3-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=6} = u|_{y=3} = 0.$

7.11. $u_{tt} = 9\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(2-x)(5-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=2} = u|_{y=5} = 0.$

7.12. $u_{tt} = 16\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(3-x)(6-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=3} = u|_{y=6} = 0.$

7.13. $u_{tt} = 25\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(4-x)(2-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=4} = u|_{y=2} = 0.$

7.14. $u_{tt} = \Delta u,\ u|_{t=0} = xy(5-x)(3-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=5} = u|_{y=3} = 0.$

7.15. $u_{tt} = 4\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(6-x)(4-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=6} = u|_{y=4} = 0.$

7.16. $u_{tt} = 16\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(2-x)(6-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=2} = u|_{y=6} = 0.$

7.17. $u_{tt} = 25\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(3-x)(2-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=3} = u|_{y=2} = 0.$

7.18. $u_{tt} = \Delta u,\ u|_{t=0} = xy(4-x)(3-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=4} = u|_{y=3} = 0.$

7.19. $u_{tt} = 4\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(5-x)(4-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=5} = u|_{y=4} = 0.$

7.20. $u_{tt} = 9\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(6-x)(5-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=6} = u|_{y=5} = 0.$

7.21. $u_{tt} = 25\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(2-x)(2-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=2} = u|_{y=2} = 0.$

7.22. $u_{tt} = \Delta u,\ u|_{t=0} = xy(3-x)(3-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=3} = u|_{y=3} = 0.$

7.23. $u_{tt} = 4\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(4-x)(4-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=4} = u|_{y=4} = 0.$

7.24. $u_{tt} = 9\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(5-x)(5-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=5} = u|_{y=5} = 0.$

7.25. $u_{tt} = 16\Delta u,\ u|_{t=0} = xy(6-x)(6-y),\ u_t|_{t=0} = 0,$
$u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{x=6} = u|_{y=6} = 0.$

Задача 8. Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения в круге.

8.1. $u_{tt} = \Delta u,\ 0 \leqslant r < 25,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{25}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(25,t) = 0.$

8.2. $u_{tt} = 2\Delta u,\ 0 \leqslant r < 24,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{24}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(24,t) = 0.$

8.3. $u_{tt} = 3\Delta u,\ 0 \leqslant r < 23,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{23}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(23,t) = 0.$

8.4. $u_{tt} = 4\Delta u,\ 0 \leqslant r < 22,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{23}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(22,t) = 0.$

8.5. $u_{tt} = 5\Delta u,\ 0 \leqslant r < 21,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{21}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(21,t) = 0.$

8.6. $u_{tt} = 6\Delta u,\ 0 \leqslant r < 20,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{20}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(20,t) = 0.$

8.7. $u_{tt} = 7\Delta u,\ 0 \leqslant r < 19,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{19}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(19,t) = 0.$

8.8. $u_{tt} = 8\Delta u,\ 0 \leqslant r < 18,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{18}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(18,t) = 0.$

8.9. $u_{tt} = 9\Delta u,\ 0 \leqslant r < 17,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{17}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(17,t) = 0.$

8.10. $u_{tt} = 10\Delta u,\ 0 \leqslant r < 16,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{16}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(16,t) = 0.$

8.11. $u_{tt} = 11\Delta u,\ 0 \leqslant r < 15,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{15}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(15,t) = 0.$

8.12. $u_{tt} = 12\Delta u,\ 0 \leqslant r < 14,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{14}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(14,t) = 0.$

8.13. $u_{tt} = 13\Delta u,\ 0 \leqslant r < 13,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{13}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(13,t) = 0.$

8.14. $u_{tt} = 14\Delta u,\ 0 \leqslant r < 12,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{12}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(12,t) = 0.$

8.15. $u_{tt} = 15\Delta u,\ 0 \leqslant r < 11,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{11}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(11,t) = 0.$

8.16. $u_{tt} = 16\Delta u,\ 0 \leqslant r < 10,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{10}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(10,t) = 0.$

8.17. $u_{tt} = 17\Delta u,\ 0 \leqslant r < 9,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{9}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(9,t) = 0.$

8.18. $u_{tt} = 18\Delta u,\ 0 \leqslant r < 8,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{8}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(8,t) = 0.$

8.19. $u_{tt} = 19\Delta u,\ 0 \leqslant r < 7,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{7}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(7,t) = 0.$

8.20. $u_{tt} = 20\Delta u,\ 0 \leqslant r < 6,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{6}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(6,t) = 0.$

8.21. $u_{tt} = 21\Delta u,\ 0 \leqslant r < 5,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{5}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(5,t) = 0.$

8.22. $u_{tt} = 22\Delta u,\ 0 \leqslant r < 4,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{4}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(4,t) = 0.$

8.23. $u_{tt} = 23\Delta u,\ 0 \leqslant r < 3,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{3}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(3,t) = 0.$

8.24. $u_{tt} = 24\Delta u,\ 0 \leqslant r < 2,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right],$
$u_t(r,0) = 0,\ u(2,t) = 0.$

8.25. $u_{tt} = 25\Delta u,\ 0 \leqslant r < 1,\ 0 < t < \infty, u(r,0) = \frac{1}{8}(1 - r^2),$
$u_t(r,0) = 0,\ u(1,t) = 0.$

Задача 9. Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.

9.1. $u_t = 16u_{xx},\ 0 < x < 3,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/3, & 0 \leqslant x \leqslant 3/2, \\ 3 - x, & 3/2 < x \leqslant 3, \end{cases}$
$u(0,t) = u(3,t) = 0.$

9.2. $u_t = u_{xx},\ 0 < x < 2,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2, & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 2 - x, & 1 < x \leqslant 2, \end{cases}$
$u(0,t) = u(2,t) = 0.$

9.3. $u_t = 25u_{xx},\ 0 < x < 5,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5/2, \\ 5 - x,\ 5/2 < x \leqslant 5, \end{cases}$
$u(0,t) = u(5,t) = 0.$

9.4. $u_t = 16u_{xx},\ 0 < x < 4,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/2,\ 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ 4 - x,\ 2 < x \leqslant 4, \end{cases}$
$u(0,t) = u(4,t) = 0.$

9.5. $u_t = 4u_{xx},\ 0 < x < 5,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5/2, \\ 5 - x,\ 5/2 < x \leqslant 5, \end{cases}$
$u(0,t) = u(5,t) = 0.$

9.6. $u_t = u_{xx},\ 0 < x < 3,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/3,\ 0 \leqslant x \leqslant 3/2, \\ 3 - x,\ 3/2 < x \leqslant 3, \end{cases}$
$u(0,t) = u(3,t) = 0.$

9.7. $u_t = 25u_{xx},\ 0 < x < 8,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/4,\ 0 \leqslant x \leqslant 4, \\ 8 - x,\ 4 < x \leqslant 8, \end{cases}$
$u(0,t) = u(8,t) = 0.$

9.8. $u_t = 9u_{xx},\ 0 < x < 2,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 2 - x,\ 1 < x \leqslant 2, \end{cases}$
$u(0,t) = u(2,t) = 0.$

9.9. $u_t = 16u_{xx},\ 0 < x < 1,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 1/2, \\ 1 - x,\ 1/2 < x \leqslant 1, \end{cases}$
$u(0,t) = u(1,t) = 0.$

9.10. $u_t = 4u_{xx},\ 0 < x < 4,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ 4 - x,\ 2 < x \leqslant 4, \end{cases}$
$u(0,t) = u(4,t) = 0.$

9.11. $u_t = 9u_{xx},\ 0 < x < 10,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5, \\ 10 - x,\ 5 < x \leqslant 10, \end{cases}$
$u(0,t) = u(10,t) = 0.$

9.12. $u_t = 25u_{xx},\ 0 < x < 9,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/9,\ 0 \leqslant x \leqslant 9/2, \\ 9 - x,\ 9/2 < x \leqslant 9, \end{cases}$
$u(0,t) = u(9,t) = 0.$

9.13. $u_t = 9u_{xx},\ 0 < x < 3,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/3,\ 0 \leqslant x \leqslant 3/2, \\ 3 - x,\ 3/2 < x \leqslant 3, \end{cases}$
$u(0,t) = u(3,t) = 0.$

9.14. $u_t = u_{xx},\ 0 < x < 5,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5/2, \\ 5 - x,\ 5/2 < x \leqslant 5, \end{cases}$
$u(0,t) = u(5,t) = 0.$

9.15. $u_t = 4u_{xx},\ 0 < x < 7,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/7,\ 0 \leqslant x \leqslant 7/2, \\ 7 - x,\ 7/2 < x \leqslant 7, \end{cases}$
$u(0,t) = u(7,t) = 0.$

9.16. $u_t = 25u_{xx},\ 0 < x < 1,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 1/2, \\ 1 - x,\ 1/2 < x \leqslant 1, \end{cases}$
$u(0,t) = u(1,t) = 0.$

9.17. $u_t = 9u_{xx},\ 0 < x < 4,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/2,\ 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ 4 - x,\ 2 < x \leqslant 4, \end{cases}$
$u(0,t) = u(4,t) = 0.$

9.18. $u_t = u_{xx},\ 0 < x < 10,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5, \\ 10 - x,\ 5 < x \leqslant 10, \end{cases}$
$u(0,t) = u(10,t) = 0.$

9.19. $u_t = 4u_{xx},\ 0 < x < 2,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 2 - x,\ 1 < x \leqslant 2, \end{cases}$
$u(0,t) = u(2,t) = 0.$

9.20. $u_t = 16u_{xx},\ 0 < x < 8,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/4,\ 0 \leqslant x \leqslant 4, \\ 8 - x,\ 4 < x \leqslant 8, \end{cases}$
$u(0,t) = u(8,t) = 0.$

9.21. $u_t = u_{xx},\ 0 < x < 1,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 1/2, \\ 1 - x,\ 1/2 < x \leqslant 1, \end{cases}$
$u(0,t) = u(1,t) = 0.$

9.22. $u_t = 25u_{xx},\ 0 < x < 4,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/2,\ 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ 4 - x,\ 2 < x \leqslant 4, \end{cases}$
$u(0,t) = u(4,t) = 0.$

9.23. $u_t = 16u_{xx},\ 0 < x < 6,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} x^2/3,\ 0 \leqslant x \leqslant 3, \\ 6 - x,\ 3 < x \leqslant 6, \end{cases}$
$u(0,t) = u(6,t) = 0.$

9.24. $u_t = 4u_{xx},\ 0 < x < 1,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2,\ 0 \leqslant x \leqslant 1/2, \\ 1 - x,\ 1/2 < x \leqslant 1, \end{cases}$
$u(0,t) = u(1,t) = 0.$

9.25. $u_t = 9u_{xx},\ 0 < x < 5,\ t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5/2, \\ 5 - x,\ 5/2 < x \leqslant 5, \end{cases}$
$u(0,t) = u(5,t) = 0.$

Задача 10. Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности в круге.

10.1. $u_t = 16\Delta u$, $0 \leqslant r < 5$, $t > 0$, $u(r,0) = 25 - r^2$, $u(5,t) = 0$.

10.2. $u_t = 25\Delta u$, $0 \leqslant r < 3$, $t > 0$, $u(r,0) = 9 - r^2$, $u(3,t) = 0$.

10.3. $u_t = \Delta u$, $0 \leqslant r < 7$, $t > 0$, $u(r,0) = 49 - r^2$, $u(7,t) = 0$.

10.4. $u_t = 10\Delta u$, $0 \leqslant r < 1$, $t > 0$, $u(r,0) = 1 - r^2$, $u(1,t) = 0$.

10.5. $u_t = 9\Delta u$, $0 \leqslant r < 8$, $t > 0$, $u(r,0) = 64 - r^2$, $u(8,t) = 0$.

10.6. $u_t = 25\Delta u$, $0 \leqslant r < 2$, $t > 0$, $u(r,0) = 4 - r^2$, $u(2,t) = 0$.

10.7. $u_t = 16\Delta u$, $0 \leqslant r < 1$, $t > 0$, $u(r,0) = 1 - r^2$, $u(1,t) = 0$.

10.8. $u_t = 3\Delta u$, $0 \leqslant r < 3$, $t > 0$, $u(r,0) = 9 - r^2$, $u(3,t) = 0$.

10.9. $u_t = 5\Delta u$, $0 \leqslant r < 4$, $t > 0$, $u(r,0) = 16 - r^2$, $u(4,t) = 0$.

10.10. $u_t = \Delta u$, $0 \leqslant r < 5$, $t > 0$, $u(r,0) = 25 - r^2$, $u(5,t) = 0$.

10.11. $u_t = 10\Delta u$, $0 \leqslant r < 2$, $t > 0$, $u(r,0) = 4 - r^2$, $u(2,t) = 0$.

10.12. $u_t = 25\Delta u$, $0 \leqslant r < 4$, $t > 0$, $u(r,0) = 16 - r^2$, $u(4,t) = 0$.

10.13. $u_t = 6\Delta u$, $0 \leqslant r < 6$, $t > 0$, $u(r,0) = 36 - r^2$, $u(6,t) = 0$.

10.14. $u_t = 4\Delta u$, $0 \leqslant r < 1$, $t > 0$, $u(r,0) = 1 - r^2$, $u(1,t) = 0$.

10.15. $u_t = 7\Delta u$, $0 \leqslant r < 5$, $t > 0$, $u(r,0) = 25 - r^2$, $u(5,t) = 0$.

10.16. $u_t = 10\Delta u$, $0 \leqslant r < 7$, $t > 0$, $u(r,0) = 49 - r^2$, $u(7,t) = 0$.

10.17. $u_t = \Delta u$, $0 \leqslant r < 1$, $t > 0$, $u(r,0) = 1 - r^2$, $u(1,t) = 0$.

10.18. $u_t = \Delta u$, $0 \leqslant r < 2$, $t > 0$, $u(r,0) = 4 - r^2$, $u(2,t) = 0$.

10.19. $u_t = 9\Delta u$, $0 \leqslant r < 3$, $t > 0$, $u(r,0) = 9 - r^2$, $u(3,t) = 0$.

10.20. $u_t = 2\Delta u$, $0 \leqslant r < 4$, $t > 0$, $u(r,0) = 16 - r^2$, $u(4,t) = 0$.

10.21. $u_t = 36\Delta u$, $0 \leqslant r < 7$, $t > 0$, $u(r,0) = 49 - r^2$, $u(7,t) = 0$.

10.22. $u_t = 4\Delta u$, $0 \leqslant r < 2$, $t > 0$, $u(r,0) = 4 - r^2$, $u(2,t) = 0$.

10.23. $u_t = \Delta u$, $0 \leqslant r < 4$, $t > 0$, $u(r,0) = 16 - r^2$, $u(4,t) = 0$.

10.24. $u_t = 25\Delta u$, $0 \leqslant r < 5$, $t > 0$, $u(r,0) = 25 - r^2$, $u(5,t) = 0$.

10.25. $u_t = 2\Delta u$, $0 \leqslant r < 3$, $t > 0$, $u(r,0) = 9 - r^2$, $u(3,t) = 0$.

Список рекомендуемой литературы

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные и интегральные исчисления. М.: Наука, 1980. 432 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для студентов вузов. Часть 2. М.: Высш. шк., 1986. 415 с.
3. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости: Учеб. пособие. М.: Наука, 1981. 304 с.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. М.: Наука, 1978. Т.1, 456 с.; Т.2, 575 с.
5. Сборник задач по математике для втузов. Часть II. Специальные разделы математического анализа / Под ред. А.В.Ефимова и Б.П.Демидовича. М.: Наука, 1986. 368 с.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 735 с.
7. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты): Учеб. пособие для втузов. М.: Высш. шк., 1983. 112 с.
8. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты): Учеб. пособие для втузов. М.: Высш. шк., 1983. 176 с.

Оглавление

Типовой расчет № 5. Кратные интегралы. Векторный анализ 3
Типовой расчет № 6. Ряды 32
Типовой расчет № 7. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление 48
Типовой расчет № 8. Уравнения математической физики .. 81
Список рекомендуемой литературы 95

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовые расчеты

Часть II

Отв. за выпуск М.М.Федорова
Компьютерная верстка В.Г.Сытина

Подписано в печать 15.01.2001. Формат 60×84/16. Бумага писчая.
Печать оперативная. Усл. печ. л. 5,11. Уч.-изд. л. 2,5.
Тираж 1000 экз. Заказ № 379.

Чувашский государственный университет
Типография университета
428015 Чебоксары, Московский проспект, 15