АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Типовые расчеты

ЧЕБОКСАРЫ 2000

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Чувашский государственный университет
имени И.Н.Ульянова

Кафедра высшей математики

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Типовые расчеты

Чебоксары 2000

УДК 517(075)

Составители:

В.Г. Агаков,
А.Н. Быкова,
В.П. Бычков,
Н.Д. Поляков

Алгебра и геометрия: Типовые расчеты /Сост. В.Г.Агаков, А.Н.Быкова, В.П.Бычков, Н.Д. Поляков; Чуваш. ун-т. Чебоксары, 2000. 76 с.

Приводятся типовые расчеты по алгебре и геометрии. Составлены четыре расчетно-графические работы. При составлении контрольных заданий были использованы задачи из методических указаний и контрольных заданий для студентов-заочников «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии, элементы линейной алгебры, введение в математический анализ» (Сост.: А.Н.Быкова, Н.В.Григорьева, Р.И.Медведева, Н.Д. Поляков, Л.Б.Шитова), а также «Сборник заданий по высшей математике» (Для студентов технических специальностей, автор – Л.А.Кузнецов).

Отв. редактор профессор В.Г.Агаков

Утверждено Методическим советом университета

Типовой расчет №1 по алгебре
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Задача 1. Даны матрицы A и B.

1. Найти матрицу A^{-1}, обратную для матрицы A:
   а) с помощью элементарных преобразований;
   б) с помощью алгебраических дополнений.
2. Решить матричное уравнение $AX = B$.

1.1. $A=\begin{pmatrix}2&2&-1&1\\4&3&-1&2\\8&5&-3&4\\3&3&-2&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\3\end{pmatrix}$;

1.2. $A=\begin{pmatrix}1&1&2&3\\3&-1&-1&-2\\2&3&-1&-1\\1&2&3&-1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1\\-4\\-6\\-4\end{pmatrix}$;

1.3. $A=\begin{pmatrix}1&2&3&-2\\2&-1&-2&-3\\3&2&-1&2\\2&-3&2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}6\\8\\4\\-8\end{pmatrix}$;

1.4. $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&2&3\\3&2&1&2\\4&3&2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}5\\1\\1\\-5\end{pmatrix}$;

1.5. $A=\begin{pmatrix}0&1&-3&4\\1&0&-2&3\\3&2&0&-5\\4&3&-5&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-5\\-4\\12\\5\end{pmatrix}$;

1.6. $A=\begin{pmatrix}2&-1&3&2\\3&3&3&2\\3&-1&-1&2\\3&-1&3&-1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4\\6\\6\\6\end{pmatrix}$;

1.7. $A=\begin{pmatrix}1&3&5&7\\3&5&7&1\\5&7&1&3\\7&1&3&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}12\\0\\4\\16\end{pmatrix}$;

1.8. $A=\begin{pmatrix}2&-1&1&-1\\2&-1&0&-3\\3&0&-1&1\\2&2&-2&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\\-6\end{pmatrix}$;

1.9. $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\\3&4&1&2\\4&1&2&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}11\\12\\13\\14\end{pmatrix}$;

1.10. $A=\begin{pmatrix}3&1&-2&1\\4&1&1&-3\\7&2&-2&1\\2&1&-6&9\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0\\5\\7\\-1\end{pmatrix}$;

1.11. $A=\begin{pmatrix}2&2&-1&4\\4&3&-1&2\\8&5&-3&4\\3&3&-2&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4\\6\\12\\6\end{pmatrix}$;

1.12. $A=\begin{pmatrix}3&4&1&2\\3&5&3&5\\6&8&1&5\\3&5&3&7\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-3\\-6\\-8\\-8\end{pmatrix}$;

1.13. $A=\begin{pmatrix}2&1&0&2\\3&2&1&0\\-1&0&1&3\\-1&2&1&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}9\\18\\-5\\-2\end{pmatrix}$;

1.14. $A=\begin{pmatrix}3&5&-3&2\\4&-2&5&3\\7&8&-1&5\\6&4&5&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}12\\27\\40\\41\end{pmatrix}$;

1.15. $A=\begin{pmatrix}2&3&4&2\\1&2&2&1\\2&3&4&1\\1&4&3&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3\\2\\-1\\5\end{pmatrix}$;

1.16. $A=\begin{pmatrix}1&4&-7&6\\1&-3&0&-6\\2&1&-5&1\\0&2&-1&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0\\9\\8\\-5\end{pmatrix}$;

1.17. $A=\begin{pmatrix}2&3&11&5\\1&1&5&2\\2&1&3&2\\1&1&3&4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2\\1\\-3\\-3\end{pmatrix}$;

1.18. $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&0&2&2\\4&1&-1&0\\2&1&1&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}7\\5\\3\\1\end{pmatrix}$;

1.19. $A=\begin{pmatrix}1&1&-1&1\\2&-1&3&-2\\1&0&-1&2\\3&-1&1&-1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4\\1\\6\\0\end{pmatrix}$;

1.20. $A=\begin{pmatrix}1&1&-3&2\\1&-2&0&-1\\0&1&1&3\\2&-3&2&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}6\\-6\\16\\6\end{pmatrix}$;

1.21. $A=\begin{pmatrix}1&2&1&0\\0&1&3&1\\4&0&1&1\\1&1&0&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}8\\15\\11\\23\end{pmatrix}$;

1.22. $A=\begin{pmatrix}1&2&2&3\\3&-1&-4&-6\\1&0&0&1\\1&2&-1&-7\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\-1\end{pmatrix}$;

1.23. $A=\begin{pmatrix}2&3&-3&-4\\2&1&-1&-2\\0&2&1&0\\1&2&0&-3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1\\2\\0\\1\end{pmatrix}$;

1.24. $A=\begin{pmatrix}1&2&2&2\\-2&2&2&2\\-2&-2&3&2\\-2&-2&-2&4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\0\end{pmatrix}$;

1.25. $A=\begin{pmatrix}2&1&0&2\\3&2&1&0\\-1&0&1&3\\-1&2&1&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0\\2\\1\\1\end{pmatrix}$.

Задача 2. Найти значение многочлена $f(x)=ax^2+bx+c$ от матрицы A.

2.1. $f(x)=3x^2-4x$, $\quad A=\begin{pmatrix}2&1&0&0\\3&2&0&0\\1&1&3&4\\2&-1&2&3\end{pmatrix}$;

2.2. $f(x)=x^2-3x+4,\qquad A=\begin{pmatrix}2&1&0&2\\3&2&1&0\\-1&0&1&3\\-1&2&1&3\end{pmatrix};$

2.3. $f(x)=4x^2-3x,\qquad A=\begin{pmatrix}1&2&2&2\\-2&2&2&2\\-2&-2&3&2\\-2&-2&-2&4\end{pmatrix};$

2.4. $f(x)=3x^2-x-2,\qquad A=\begin{pmatrix}2&3&-3&4\\2&1&-1&2\\6&2&1&0\\2&3&0&-5\end{pmatrix};$

2.5. $f(x)=x^2+2x,\qquad A=\begin{pmatrix}1&2&2&3\\3&-1&-4&-6\\1&0&0&1\\1&2&-1&-7\end{pmatrix};$

2.6. $f(x)=2x^2-x+1,\qquad A=\begin{pmatrix}1&2&1&0\\0&1&3&1\\4&0&1&1\\1&1&0&5\end{pmatrix};$

2.7. $f(x)=x^2-x-3,\qquad A=\begin{pmatrix}3&3&4&-5\\5&-7&8&2\\4&5&-7&-3\\7&8&3&4\end{pmatrix};$

2.8. $f(x)=x^2+x+4,\qquad A=\begin{pmatrix}2&3&4&2\\1&2&2&1\\2&3&4&1\\1&4&3&2\end{pmatrix}.$

2.9. $f(x) = -7x^2 + x, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

2.10. $f(x) = -x^2 + 7x, \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 11 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix};$

2.11. $f(x) = x^2 - 5x + 3, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix};$

2.12. $f(x) = x^2 - x - 1, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

2.13. $f(x) = -3x^2 - x + 3, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -7 & 6 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 2 & 1 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix};$

2.14. $f(x) = x^2 - 2x + 3, \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 5 & 3 \\ 7 & 0 & -1 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix};$

2.15. $f(x) = -4x^2 + 3x, \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix};$

2.16. $f(x) = -x^2 + 3x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix};$

2.17. $f(x) = 3x^2 - 4x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix};$

2.18. $f(x) = -x^2 + 3x - 4, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix};$

2.19. $f(x) = -4x^2 + 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix};$

2.20. $f(x) = -3x^2 + x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix};$

2.21. $f(x) = x^2 - 2x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix};$

2.22. $f(x) = x^2 - 7x + 1, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix};$

2.23. $f(x) = -2x^2 + x + 3, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$

2.24. $f(x) = 3x^2 - x - 2, \qquad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -6 & 9 \end{pmatrix};$

2.25. $f(x) = x^2 - 3x + 2, \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$

Задача 3. Вычислить определитель.

3.1. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix};$ 3.2. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 3 & 7 \end{vmatrix};$ 3.3. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 \end{vmatrix};$

3.4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -4 & -6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -7 \end{vmatrix};$ 3.5. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix};$ 3.6. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix};$

3.7. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix};$ 3.8. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \end{vmatrix};$ 3.9. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix};$

3.10. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix};$ 3.11. $\begin{vmatrix} 8 & 7 & 2 & 0 \\ -8 & 2 & 7 & 10 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \end{vmatrix};$ 3.12. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix};$

3.13. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 11 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$; 3.14. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & -7 & 6 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 2 & 1 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$; 3.15. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$;

3.16. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; 3.17. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; 3.18. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$;

3.19. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$; 3.20. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$; 3.21. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -6 & 9 \end{vmatrix}$;

3.22. $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$; 3.23. $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 4 & -5 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & -1 \\ -2 & 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$; 3.24. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & -1 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$;

3.25. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

Задача 4. По формулам Крамера решить систему линейных уравнений.

4.1. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$

4.3. $\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$

4.4. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$

4.5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$

4.6. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$

4.7. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

4.8. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 36, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 13, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$

4.9. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$

4.10. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 9x_3 = 28, \\ 7x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1, \\ 7x_1 + 9x_2 - 9x_3 = 5. \end{cases}$

4.11. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + 3x_3 = 16, \\ 5x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$

4.12. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 36, \\ 2x_1 - 3x_3 = -17, \\ 6x_1 - 5x_3 = 7. \end{cases}$

4.13. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36. \end{cases}$

4.14. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -5, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases}$

4.15. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$

4.16. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$

4.17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$

4.18. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$

4.19. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$

4.20. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$

4.21. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$

4.22. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 16. \end{cases}$

4.23. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -10, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 6. \end{cases}$

4.24. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases}$

4.25. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 9, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases}$

Задача 5. Выполнить действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

5.1. $\dfrac{(1+i)^5}{(-1-i\sqrt{3})^7}$;

5.2. $\dfrac{(-1+i)^4}{(1+i\sqrt{3})^5}$;

5.3. $\dfrac{(-1-i)^3}{(-1+i\sqrt{3})^5}$;

5.4. $\dfrac{(1+i)^5}{(1+i\sqrt{3})^7}$;

5.10. $\dfrac{(1+\sqrt{3}i)^7}{(\sqrt{3}+i)^6}$;

5.20. $(-1+i\sqrt{3})^4\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+i\dfrac{1}{2}\right)^9$;

5.5. $\dfrac{(-1+i)^3}{(-1-i\sqrt{3})^6}$;

5.11. $(\sqrt{3}-3i)^6(2-2i)^7$;

5.12. $(\sqrt{3}-3i)^7(1-i)^8$;

5.21. $\dfrac{(2-2i)^5}{(\sqrt{3}-3i)^7}$;

5.6. $\dfrac{(-1-i)^4}{(-1+i\sqrt{3})^7}$;

5.13. $(2-2\sqrt{3}i)^4(1+i)^5$;

5.22. $\dfrac{(\sqrt{3}-3i)^4}{(1-i)^5}$;

5.7. $\dfrac{(1+i\sqrt{3})^{20}}{(1-i)^5}$;

5.14. $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+i\dfrac{1}{2}\right)^5(-1+i)^3$;

5.23. $\dfrac{(2-2\sqrt{3}i)^3}{(1+i\sqrt{3})^5}$;

5.15. $(\sqrt{3}+3i)^5(-1-i)^7$;

5.8. $\dfrac{(1-i)^7}{(1+i)^5}$;

5.16. $(\sqrt{3}+i\sqrt{3})^8(2-2i)^5$;

5.24. $\dfrac{(1+i)^7}{(1-i\sqrt{3})^5}$;

5.17. $(-\sqrt{3}-i)^5(1+i)^4$;

5.9. $\dfrac{(\sqrt{3}\ 2-i\ 2)^5}{(1-i)^8}$;

5.18. $(4-i\,48)^3(1-i)^8$;

5.25. $\dfrac{(-1+i)^3}{(-1-i\sqrt{3})^5}$;

5.19. $(-1-i\sqrt{3})^6\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-i\dfrac{1}{2}\right)^5$;

Задача 6. Решить уравнение над полем комплексных чисел.

6.1. $x^2-(2+i)x+(-1+7i)=0$;

6.2. $x^2-(3-2i)x+5-5i=0$;

6.3. $x^2-(2+3i)x+4i-2=0$;

6.4. $x^2-3x+3+i=0$;

6.5. $2x^2+(5-i)x+6=0$;

6.6. $x^2+(4-6i)x+10-20i=0$;

6.7. $x^2-2ix-2+i=0$;

6.8. $x^2-20x+92+6i=0$;

6.9. $(2+i)x^2-(5-i)x+(2-2i)=0$;

6.10. $x^2-8x-3ix+13+13i=0$;

6.11. $x^2+(-10+2i)x+19-22i=0$;

6.12. $x^2-(9-2i)x+17-19i=0$;

6.13. $x^2-(6-7i)-1-11i=0$;

6.14. $x^2-(8+3i)x+13+13i=0$;

6.15. $x^2-(5+5i)x-i+18=0$;

6.16. $ix^2-6xi+4+6i=0$;

6.17. $x^2-20x-4i+92=0$;

6.18. $5x^2-(1+7i)x-6-2i=0$;

6.19. $x^2+(2+3i)x-17+7i=0$;

6.20. $x^2-4(1-2i)x-22i-4=0$;

6.21. $2x^2-(5-i)x+6=0$;

6.22. $ix^2+(3i-1)x+3i=0$;

6.23. $x^2+(2+2i)x+2i+2=0$;

6.24. $-ix^2+(4i-1)x-5i-5=0$;

6.25. $x^2+(3i-8)x+13-13i=0$.

Задача 7. Решить систему уравнений над полем комплексных чисел.

7.1. $\begin{cases}(3-i)x+(4+2i)y=1+3i,\\(4+2i)x-(2+3i)y=7.\end{cases}$

7.2. $\begin{cases}(3-i)x+(4+2i)y=2+6i,\\(4+2i)x-(2+3i)y=5+4i.\end{cases}$

7.3. $\begin{cases}(2+i)x+(2-i)y=6,\\(3+2i)x+(3-2i)y=8.\end{cases}$

7.4. $\begin{cases}(1+i)x+2y=1+i,\\3x+iy=2-3i.\end{cases}$

7.5. $\begin{cases}ix+(1-i)y=2+i,\\(1+i)x-(3+2i)y=4+i.\end{cases}$

7.6. $\begin{cases}2x+(1+i)y=1-i,\\ix+3y=2i.\end{cases}$

7.7. $\begin{cases}(1+i)x+iy=2i,\\ix+(1-i)y=4.\end{cases}$

7.8. $\begin{cases}ix+3y=2-3i,\\2x+(1+i)y=1+i.\end{cases}$

7.9. $\begin{cases}(4-i)x+(1+i)y=2+3i,\\x+iy=3-i.\end{cases}$

7.10. $\begin{cases}(3+i)x+iy=i,\\(2+2i)x+(3-i)y=1.\end{cases}$

7.11. $\begin{cases}(i-1)x+2iy=1+i,\\x-iy=2i.\end{cases}$

7.12. $\begin{cases}3x+iy=1-i,\\2x+(1+i)y=2i.\end{cases}$

7.13. $\begin{cases}(-1+i)x-iy=2,\\ix+(1+i)y=4i.\end{cases}$

7.14. $\begin{cases}ix+(2-i)y=1+i,\\(2+i)x+(1-i)y=2i.\end{cases}$

7.15. $\begin{cases}(2-i)x+3y=1+i,\\ix+(1+i)y=1-i.\end{cases}$

7.16. $\begin{cases}(2-i)x-iy=1-i,\\(3-i)x-(1-i)y=-i.\end{cases}$

7.17. $\begin{cases}(3-i)x+(2+i)y=i,\\(2-i)x+(1+i)y=2+i.\end{cases}$

7.18. $\begin{cases}(3+i)x+2y=1-i,\\2ix+(3-i)y=i.\end{cases}$

7.19. $\begin{cases}-ix+(1-i)y=3+i,\\2x+iy=1+i.\end{cases}$

7.20. $\begin{cases}(5-i)x+4iy=i,\\2x+(5+i)y=1+i.\end{cases}$

7.21. $\begin{cases}(1+i)x+3y=2-i,\\ix-(1-i)y=i.\end{cases}$

7.22. $\begin{cases}x+iy=3-i,\\(4-i)x+(1+i)y=2+3i.\end{cases}$

7.23. $\begin{cases}2ix-(1+i)y=2+i,\\ix+y=2-i.\end{cases}$

7.24. $\begin{cases}(1+i)x+iy=2+i,\\ix+(1-i)y=4+i.\end{cases}$

7.25. $\begin{cases}(2+i)x+(1-i)y=1,\\ix+(2-i)y=i.\end{cases}$

Задача 8. Найти все значения корней и изобразить их на плоскости.

8.1. $\sqrt[5]{2-2i}$; 8.2. $\sqrt[5]{-3+3i}$; 8.3. $\sqrt[5]{4+i\sqrt{48}}$;

8.4. $\sqrt[5]{-1+i}$;

8.5. $\sqrt[5]{-2+2i}$;

8.6. $\sqrt[5]{4-i\sqrt{48}}$;

8.7. $\sqrt[5]{1+i}$;

8.8. $\sqrt[5]{3+3i}$;

8.9. $\sqrt[5]{2+2\sqrt{3}i}$;

8.10. $\sqrt[5]{-4+\sqrt{48}\cdot i}$;

8.11. $\sqrt[5]{2+2i}$;

8.12. $\sqrt[5]{\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}}$;

8.13. $\sqrt[5]{1-i}$;

8.14. $\sqrt[5]{1-i\sqrt{3}}$;

8.15. $\sqrt[5]{1+i\sqrt{3}}$;

8.16. $\sqrt[5]{-1-i\sqrt{3}}$;

8.17. $\sqrt[5]{-3-3i}$;

8.18. $\sqrt[5]{-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}}$;

8.19. $\sqrt[5]{2-2\sqrt{3}\cdot i}$;

8.20. $\sqrt[5]{\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}}$;

8.21. $\sqrt[5]{-2-2i}$;

8.22. $\sqrt[5]{-4-\sqrt{48}\cdot i}$;

8.23. $\sqrt[5]{-1+i\sqrt{3}}$;

8.24. $\sqrt[5]{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}$;

8.25. $\sqrt[5]{-1-i}$.

Задача 9. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и решить ее. Найти общее и два любых частных решений.

9.1. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=7, \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=-2, \\ x_2+2x_3+2x_4+6x_5=23, \\ 5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=12. \end{cases}$

9.2. $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=1, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ 3x_1+x_2-3x_3-3x_4+4x_5=2, \\ 4x_1+5x_2-5x_3-5x_4+7x_5=3. \end{cases}$

9.3. $\begin{cases} 2x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=1, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=1, \\ 4x_1-10x_2+5x_3-5x_4+7x_5=1, \\ 2x_1-14x_2+7x_3-7x_4+11x_5=-1. \end{cases}$

9.4. $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4+2x_5=1, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4+x_5=3, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4+x_5=9, \\ x_1-2x_2-x_3+x_4-x_5=1. \end{cases}$

9.5. $\begin{cases} 3x_1-2x_2+5x_3+4x_4+2x_5=6, \\ 6x_1-4x_2+4x_3+3x_4-x_5=6, \\ 9x_1-6x_2+3x_3+2x_4+x_5=6, \\ 3x_1-2x_2-x_3-x_4-3x_5=0. \end{cases}$

9.6. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5, \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4-3x_5=4, \\ x_1+2x_3+2x_4+6x_5=11, \\ x_1+2x_2-4x_5=-1. \end{cases}$

9.7. $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3-x_4+x_5=1, \\ -x_1+x_2+x_3+x_4-2x_5=-2, \\ 3x_1+3x_2-3x_3-3x_4+4x_5=4, \\ -2x_1-x_2+2x_3+2x_4-3x_5=-3. \end{cases}$

9.8. $\begin{cases} -2x_1+2x_2+x_3-x_4+x_5=1, \\ 2x_1+x_2-x_3+x_4-2x_5=0, \\ -10x_1+4x_2+5x_3-5x_4+7x_5=-1, \\ -4x_1-x_2-2x_3+2x_4-3x_5=-7. \end{cases}$

9.9. $\begin{cases} 7x_1+2x_2+3x_3+x_4+2x_5=12, \\ 5x_1+3x_2+2x_3+2x_4+x_5=10, \\ 4x_1+9x_2+x_3+7x_4+x_5=14, \\ -2x_1+x_2-x_3+x_4-x_5=-2. \end{cases}$

9.10. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=3, \\ 2x_1+x_2+3x_3+x_4-3x_5=6, \\ x_1+2x_2+2x_4+6x_5=3, \\ x_1+2x_3-4x_5=-2. \end{cases}$

9.11. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=3, \\ x_1+2x_2+3x_3+x_4-3x_5=1, \\ x_1+x_2 \qquad +2x_4+6x_5=7, \\ x_2+2x_3 \qquad -4x_5=-2. \end{cases}$

9.12. $\begin{cases} -x_1+x_2+2x_3-x_4+x_5=2, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ -3x_1+3x_2+3x_3-3x_4+4x_5=4, \\ 2x_1-2x_2-x_3+2x_4-3x_5=-2. \end{cases}$

9.13. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3-x_4+x_5=4, \\ -x_1+2x_2+x_3+x_4-2x_5=-2, \\ 5x_1-10x_2+4x_3-5x_4+7x_5=16, \\ -2x_1+4x_2-x_3+2x_4-3x_5=-6. \end{cases}$

9.14. $\begin{cases} 3x_1+7x_2+2x_3+x_4+x_5=6, \\ 2x_1+5x_2+3x_3+2x_4+x_5=6, \\ x_1+4x_2+9x_3+7x_4+x_5=11, \\ -x_1-2x_2+x_3+x_4-x_5=-1. \end{cases}$

9.15. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4+2x_5=9, \\ 4x_1-6x_2+2x_3+3x_4+x_5=7, \\ 2x_1-3x_2-11x_3-15x_4+x_5=-8, \\ 2x_1-3x_2-3x_3-4x_4-x_5=-2. \end{cases}$

9.16. $\begin{cases} -x_1+x_2-x_3+2x_4+x_5=3, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=-1, \\ -3x_1+3x_2-3x_3+3x_4+4x_5=7, \\ 2x_1-2x_2+2x_3-x_4-3x_5=-4. \end{cases}$

9.17. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5, \\ x_1+2x_2+x_3+3x_4-3x_5=4, \\ 2x_1+x_2+2x_3 \qquad +6x_5=11, \\ x_2 \qquad +2x_4-4x_5=-1. \end{cases}$

9.25. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3-x_4+2x_5=2, \\ 3x_1+4x_2-2x_3+6x_4+x_5=5, \\ 5x_1 \qquad +4x_3+2x_4+x_5=7, \\ x_1+7x_2-3x_3+7x_4-x_5=3. \end{cases}$

9.18. $\begin{cases} -x_1-2x_2+x_3+2x_4+x_5=-2, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=2, \\ -5x_1-10x_2+5x_3+4x_4+7x_5=-10, \\ 2x_1+4x_2-2x_3-x_4-3x_5=4. \end{cases}$

9.19. $\begin{cases} x_1+7x_2+3x_3+2x_4+2x_5=6, \\ 2x_1+5x_2+2x_3+3x_4+x_5=5, \\ 7x_1+4x_2+x_3+9x_4+x_5=9, \\ x_1-2x_2-x_3+x_4-x_5=-1. \end{cases}$

9.20. $\begin{cases} -3x_1+2x_2+5x_3+7x_4+2x_5=13, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4+x_5=4, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4+x_5=-26, \\ -3x_1+2x_2-3x_3-4x_4-x_5=-9. \end{cases}$

9.21. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=3, \\ -3x_1+2x_2+x_3+x_4+3x_5=5, \\ 6x_1+x_2+2x_3+2x_4 \qquad =4, \\ -x_1+4x_2+3x_3+3x_4+5x_5=11. \end{cases}$

9.22. $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4+2x_5=0, \\ -2x_1-x_2+x_3+x_4+x_5=3, \\ 4x_1+3x_2-3x_3-3x_4+3x_5=-3, \\ 7x_1+5x_2-5x_3-5x_4+4x_5=-6. \end{cases}$

9.23. $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3-x_4+2x_5=2, \\ -2x_1+2x_2-x_3+x_4+x_5=1, \\ 7x_1-10x_2+5x_3-5x_4+4x_5=4, \\ 11x_1-14x_2+7x_3-7x_4+2x_5=2. \end{cases}$

9.24. $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4+2x_5=6, \\ x_1+5x_2+2x_3+2x_4+3x_5=7, \\ x_1+4x_2+x_3+7x_4+9x_5=17, \\ -x_1-2x_2-x_3+x_4+x_5=1. \end{cases}$

Задача 10. Найти общее и какую-либо фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.

10.1. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3-x_4+2x_5=0, \\ 3x_1+4x_2-2x_3+6x_4+x_5=0, \\ 5x_1+4x_3+2x_4+x_5=0, \\ x_1+7x_2-3x_3+7x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.2. $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4+2x_5=0, \\ x_1+5x_2+2x_3+2x_4+3x_5=0, \\ x_1+4x_2+x_3+7x_4+9x_5=0, \\ -x_1-2x_2-x_3+x_4+x_5=0. \end{cases}$

10.3. $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4+2x_5=0, \\ -2x_1-x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ 4x_1+3x_2-3x_3-3x_4+3x_5=0, \\ 7x_1+5x_2-5x_3-5x_4+4x_5=0. \end{cases}$

10.4. $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3-x_4+2x_5=0, \\ -2x_1+2x_2-x_3+x_4+x_5=0, \\ 7x_1-10x_2+5x_3-5x_4+4x_5=0, \\ 11x_1-14x_2+7x_3-7x_4+2x_5=0. \end{cases}$

10.5. $\begin{cases} -3x_1+2x_2+5x_3+7x_4+2x_5=0, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4+x_5=0, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4+x_5=0, \\ -3x_1+2x_2-3x_3-4x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.6. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ -3x_1+2x_2+x_3+x_4+3x_5=0, \\ 6x_1+x_2+2x_3+2x_4=0, \\ -x_1+4x_2+3x_3+3x_4+5x_5=0. \end{cases}$

10.7. $\begin{cases} x_1+7x_2+3x_3+2x_4+2x_5=0, \\ 2x_1+5x_2+2x_3+3x_4+x_5=0, \\ 7x_1+4x_2+x_3+9x_4+x_5=0, \\ x_1-2x_2-x_3+x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.8. $\begin{cases} -x_1-2x_2+x_3+2x_4+x_5=0, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=0, \\ -5x_1-10x_2+5x_3+4x_4+7x_5=0, \\ 2x_1+4x_2-2x_3-x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.9. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4+2x_5=0, \\ 4x_1-6x_2+2x_3+3x_4+x_5=0, \\ 2x_1-3x_2-11x_3-15x_4+x_5=0, \\ 2x_1-3x_2-3x_3-4x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.10. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ x_1+2x_2+x_3+3x_4-3x_5=0, \\ 2x_1+x_2+2x_3+6x_5=0, \\ x_2+2x_4-4x_5=0. \end{cases}$

10.11. $\begin{cases} -x_1+x_2-x_3+2x_4+x_5=0, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ -3x_1+3x_2-3x_3+3x_4+4x_5=0, \\ 2x_1-2x_2+2x_3-x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.12. $\begin{cases} 3x_1+7x_2+2x_3+x_4+x_5=0, \\ 2x_1+5x_2+3x_3+2x_4+x_5=0, \\ x_1+4x_2+9x_3+7x_4+x_5=0, \\ -x_1-2x_2+x_3+x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.13. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3-x_4+x_5=0, \\ -x_1+2x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ 5x_1-10x_2+4x_3-5x_4+7x_5=0, \\ -2x_1+4x_2-x_3+2x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.14. $\begin{cases} -x_1+x_2+2x_3-x_4+x_5=0, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ -3x_1+3x_2+3x_3-3x_4+4x_5=0, \\ 2x_1-2x_2-x_3+2x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.15. $\begin{cases} 7x_1+2x_2+3x_3+x_4+2x_5=0, \\ 5x_1+3x_2+2x_3+2x_4+x_5=0, \\ 4x_1+9x_2+x_3+7x_4+x_5=0, \\ -2x_1+x_2-x_3+x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.16. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ x_1+2x_2+3x_3+x_4-3x_5=0, \\ x_1+x_2+2x_4+6x_5=0, \\ x_2+2x_3-4x_5=0. \end{cases}$

10.17. $\begin{cases} -2x_1+2x_2+x_3-x_4+x_5=0, \\ 2x_1+x_2-x_3+x_4-2x_5=0, \\ -10x_1+4x_2+5x_3-5x_4+7x_5=0, \\ -4x_1-x_2-2x_3+2x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.18. $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3-x_4+x_5=0, \\ -x_1+x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ 3x_1+3x_2-3x_3-3x_4+4x_5=0, \\ -2x_1-x_2+2x_3+2x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.19. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ 2x_1+x_2+3x_3+x_4-3x_5=0, \\ x_1+2x_2+2x_4+6x_5=0, \\ x_1+x_3-4x_5=0. \end{cases}$

10.20. $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4+2x_5=0, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4+x_5=0, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4+x_5=0, \\ x_1-2x_2-x_3+x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.21. $\begin{cases} 2x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=0, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=0, \\ 4x_1-10x_2+5x_3-5x_4+7x_5=0, \\ 2x_1-14x_2+7x_3-7x_4+11x_5=0. \end{cases}$

10.22. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=0, \\ x_2+2x_3+2x_4+6x_5=0, \\ 5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=0. \end{cases}$

10.23. $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=0, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ 3x_1+3x_2-3x_3-3x_4+4x_5=0, \\ 4x_1+5x_2-5x_3-5x_4+7x_5=0. \end{cases}$

10.24. $\begin{cases} 3x_1-2x_2+5x_3+4x_4+2x_5=0, \\ 6x_1-4x_2+4x_3+3x_4-x_5=0, \\ 9x_1-6x_2+3x_3+2x_4+x_5=0, \\ 3x_1-2x_2-x_3-x_4-3x_5=0. \end{cases}$

10.25. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0, \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4-3x_5=0, \\ x_1+2x_3+2x_4+6x_5=0, \\ x_1+2x_2-4x_5=0. \end{cases}$

Задача 11. Вычислить ранг матрицы:

11.1. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -5 & 6 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

11.2. $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & 1 & 0 \\ -2 & -6 & 13 & 4 & 0 \\ -1 & -4 & 8 & 1 & 2 \\ -1 & -9 & 16 & 5 & 0 \end{pmatrix}$;

11.3. $A=\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 9 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & -9 & 21 & 2 & 2 \end{pmatrix}$;

11.4. $A=\begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & -5 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & -4 \\ 5 & 8 & 3 & -9 & 1 \end{pmatrix}$;

11.5. $A=\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & -7 & 3 & 2 & 0 \\ 6 & -9 & 4 & 1 & 1 \\ 9 & -12 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$;

11.6. $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$;

11.7. $A=\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 4 & 2 \\ 10 & -19 & 10 & 5 & -3 \\ 12 & -24 & 13 & -6 & 4 \\ 17 & -19 & 10 & 9 & -1 \end{pmatrix}$;

11.8. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -5 & 1 \\ -4 & -1 & 0 & -4 & 2 \\ 4 & -8 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & -8 & -2 & -9 & 3 \end{pmatrix}$;

11.9. $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 1 & 5 \\ 4 & -7 & 8 & 1 & -3 \\ 6 & -7 & 7 & 0 & 2 \\ 5 & -10 & 12 & 2 & 2 \end{pmatrix}$;

11.10. $A=\begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 3 \\ 1 & 13 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 8 & 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$;

11.11. $A=\begin{pmatrix} 2 & 19 & 30 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -12 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & 5 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 18 & -1 & 5 \end{pmatrix}$;

11.12. $A=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 15 & -7 & 4 & 0 & 2 \\ -5 & 3 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$;

11.13. $A=\begin{pmatrix} -1 & -2 & 12 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & 6 & 2 & 4 \\ -1 & 7 & 21 & 3 & 3 \end{pmatrix}$;

11.14. $A=\begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 & -5 \\ 1 & 4 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;

11.15. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -1 \\ -3 & -6 & -4 & -9 \\ 3 & 13 & 8 & 16 \\ 1 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$;

11.16. $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 & 1 \\ -5 & -4 & 0 & -9 \\ 7 & 9 & 5 & 21 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$;

11.17. $A=\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & 2 & 8 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \\ -5 & -4 & 0 & -9 \\ 4 & 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$;

11.18. $A=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 9 \\ -5 & -7 & -9 & -12 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;

11.19. $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & 6 \\ -1 & -3 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;

11.20. $A=\begin{pmatrix} 7 & 10 & 12 & 17 \\ 0 & -19 & -24 & -19 \\ 0 & 10 & 13 & 10 \\ 4 & 5 & -6 & 9 \\ 2 & -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$;

11.21. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 5 \\ -3 & -7 & -7 & -10 \\ 4 & 8 & 7 & 12 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$;

11.22. $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 13 & 8 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$;

11.23. $A=\begin{pmatrix} -3 & -2 & 15 & -3 \\ 2 & 1 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$;

11.24. $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 19 & -5 & 2 & 14 \\ 30 & -12 & 5 & 18 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$;

11.25. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 5 & 7 \\ 12 & 3 & 6 & 21 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Типовой расчет №2 по алгебре
ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Задача 1. Задать в виде подпространств пространства R^5 множество L решений однородной системы линейных уравнений $AX = O$ и его подмножество B. Найти один из базисов пространства L и его подпространства B и их размерности.

Примечание. $X = x^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T$, $O = (o, o)^T$, где T - символ транспонирования.

1.1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_2 = x_5 = 0\}$;

1.2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_3 = x_4 = 0\}$;

1.3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_4 = x_5 = 0\}$;

1.4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_2 = x_3 = 0\}$;

1.5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_1 = x_3 = 0\}$;

1.6. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_1 = x_2 = 0\}$;

1.7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_1 = x_5 = 0\}$;

1.8. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_1 = x_3 = 0\}$;

1.9. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_2 = x_4 = 0\}$;

1.10. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & -4 \\ -1 & 1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_2 = x_4 = 0\}$;

1.11. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_3 = x_5 = 0\}$;

1.12. $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \{x: \ x \in L, \ x_2 = x_4 = 0\}$;

1.13. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 1 & -1\\ 2 & -4 & 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_4=0\}$;

1.14. $A=\begin{pmatrix}1 & -4 & -1 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_3=x_5=0\}$;

1.15. $A=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & -1 & 2 & -4\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_3=x_4=0\}$;

1.16. $A=\begin{pmatrix}2 & -4 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_4=0\}$;

1.17. $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1 & 2 & -1\\ 1 & 2 & -1 & -4 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_2=x_5=0\}$;

1.18. $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -4 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_5=0\}$;

1.19. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 3 & -1\\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_2=0\}$;

1.20. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & -1 & -4\\ -1 & 3 & 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_3=x_4=0\}$;

1.21. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1 & -4 & -1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_5=0\}$;

1.22. $A=\begin{pmatrix}1 & -4 & 1 & -1 & 2\\ 3 & 2 & -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_4=x_5=0\}$;

1.23. $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2 & 1 & 3\\ 1 & -1 & -4 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_2=x_4=0\}$;

1.24. $A=\begin{pmatrix}2 & -4 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_4=0\}$;

1.25. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 1 & -1 & -4\end{pmatrix}$, $B=\{x:\ x\in L,\ \ x_1=x_4=0\}$.

Задача 2. Задать в виде однородной системы линейных уравнений подпространства (линейные оболочки):

1) $L(a,b,c)$, если $a=(a_1,a_2,a_3,a_4)$, $b=(b_1,b_2,b_3,b_4)$, $c=(c_1,c_2,c_3,c_4)$;

2) $L(\mathrm{a},\mathrm{b})$ и $L(\mathrm{b},\mathrm{c})$, если $\mathrm{a}=a_1\,\mathrm{i}+a_2\,\mathrm{j}+a_3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=b_1\,\mathrm{i}+b_2\,\mathrm{j}+b_3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=c_1\,\mathrm{i}+c_2\,\mathrm{j}+c_3\,\mathrm{k}$.

2.1. 1) $a=(2,-3,1,-5)$, $b=(1,3,2,-4)$, $c=(-1,9,2,0)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-\mathrm{i}+\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.2. 1) $a=(3,2,1,-4)$, $b=(-3,1,2,-5)$, $c=(9,2,-1,0)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.3. 1) $a=(-5,2,-3,1)$, $b=(-4,1,3,2)$, $c=(0,-1,9,2)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}+2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-2\,\mathrm{i}+3\,\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.4. 1) $a=(2,1,3,-4)$, $b=(1,2,-3,-5)$, $c=(2,-1,9,0)$;
2) $\mathrm{a}=2\,\mathrm{i}+3\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\,\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.5. 1) $a=(1,2,-5,-3)$, $b=(2,1,-4,3)$, $c=(2,-1,0,9)$;
2) $\mathrm{a}=-\mathrm{i}+3\,\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.6. 1) $a=(3,1,-4,2)$, $b=(-3,2,-5,1)$, $c=(9,-1,0,2)$;
2) $\mathrm{a}=2\,\mathrm{i}+\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=3\,\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.7. 1) $a=(-3,2,1,-5)$, $b=(3,1,2,-4)$, $c=(9,-1,2,0)$;
2) $\mathrm{a}=2\mathrm{i}+\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=3\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.8. 1) $a=(1,-4,3,2)$, $b=(2,-5,-3,1)$, $c=(-1,0,9,2)$;
2) $\mathrm{a}=2\,\mathrm{i}+\mathrm{j}-2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\,\mathrm{i}-\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.9. 1) $a=(2,-5,-3,1)$, $b=(1,-4,3,2)$, $c=(-1,0,9,2)$;
2) $\mathrm{a}=3\mathrm{i}+\mathrm{j}-2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\,\mathrm{i}-\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.10. 1) $a=(-4,3,1,2)$, $b=(-5,-3,2,1)$, $c=(0,9,-1,2)$;
2) $\mathrm{a}=2\,\mathrm{i}-\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\,\mathrm{i}+\mathrm{j}-2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.11. 1) $a=(-5,-3,2,1)$, $b=(-4,3,1,2)$, $c=(0,9,-1,2)$;
2) $\mathrm{a}=-\mathrm{i}+\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.12. 1) $a=(1,3,2,-4)$, $b=(2,-3,1,-5)$, $c=(-1,9,2,0)$;
2) $\mathrm{a}=-2\mathrm{i}+\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=3\,\mathrm{i}-\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.13. 1) $a=(-3,-5,1,2)$, $b=(3,-4,2,1)$, $c=(9,0,2,-1)$;
2) $\mathrm{a}=-2\mathrm{i}+3\,\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=\mathrm{i}+2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.14. 1) $a=(3,-4,1,2)$, $b=(-3,-5,2,1)$, $c=(9,0,-1,2)$;
2) $\mathrm{a}=3\,\mathrm{i}-\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-\mathrm{i}+\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.15. 1) $a=(1,2,-4,3)$, $b=(2,1,-5,-3)$, $c=(-1,2,0,9)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}-\mathrm{j}+2\,\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-2\mathrm{i}+\mathrm{j}+3\,\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\,\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.16. 1) $a=(2,-4,3,1)$, $b=(1,-5,-3,1)$, $c=(2,0,9,-1)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}+2\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-\mathrm{i}+3\mathrm{j}+2\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.17. 1) $a=(-5,1,2,-3)$, $b=(-4,2,1,3)$, $c=(0,2,-1,9)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}+3\mathrm{j}-2\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-\mathrm{i}+3\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.18. 1) $a=(1,3,-4,2)$, $b=(2,-3,-5,1)$, $c=(-1,9,0,2)$;
2) $\mathrm{a}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\mathrm{i}-\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.19. 1) $a=(1,-5,-3,2)$, $b=(2,-4,3,1)$, $c=(2,0,9,-1)$;
2) $\mathrm{a}=2\mathrm{i}-\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=3\mathrm{i}+\mathrm{j}-2\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.20. 1) $a=(-4,3,2,1)$, $b=(-5,-3,1,2)$, $c=(0,9,2,-1)$;
2) $\mathrm{a}=2\mathrm{i}-2\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\mathrm{i}+3\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.21. 1) $a=(-3,-5,2,1)$, $b=(3,-4,1,2)$, $c=(9,0,-1,2)$;
2) $\mathrm{a}=3\mathrm{i}-2\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=2\mathrm{i}+\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.22. 1) $a=(2,3,-4,1)$, $b=(1,-3,-5,2)$, $c=(2,9,0,-1)$;
2) $\mathrm{a}=3\mathrm{i}+2\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=-2\mathrm{i}+2\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.23. 1) $a=(2,-3,-5,1)$, $b=(1,3,-4,2)$, $c=(-1,9,0,2)$;
2) $\mathrm{a}=-\mathrm{i}+2\mathrm{j}+2\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=\mathrm{i}+3\mathrm{j}-2\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.24. 1) $a=(1,2,3,-4)$, $b=(2,1,-3,-5)$, $c=(-1,2,9,0)$;
2) $\mathrm{a}=-2\mathrm{i}+2\mathrm{j}+\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=3\mathrm{i}+2\mathrm{j}-\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

2.25. 1) $a=(-5,-3,1,2)$, $b=(-4,3,2,1)$, $c=(0,9,2,-1)$;
2) $\mathrm{a}=-\mathrm{i}+2\mathrm{j}+3\mathrm{k}$, $\mathrm{b}=\mathrm{i}+2\mathrm{j}-2\mathrm{k}$, $\mathrm{c}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}-\mathrm{k}$.

Задача 3. Выяснить являются ли линейно независимыми системы элементов:

1) $a_1=\mathrm{P}_1(x)$, $a_2=\mathrm{P}_2(x)$, $a_3=\mathrm{P}_3(x)$, $a_4=\mathrm{P}_4(x)$, $a_5=\mathrm{P}_5(x)$, $a_6=\mathrm{P}_6(x)$;
2) $a_1=\mathrm{A}$, $a_2=\mathrm{B}$, $a_3=\mathrm{C}$, $a_4=\mathrm{D}$;
3) a, b, c (данные см. в п.1 задачи 2).

3.1. 1) $\mathrm{P}_1(x)=4x^2$, $\mathrm{P}_2(x)=1-x-x^2$, $\mathrm{P}_3(x)=2x+4x^2$, $\mathrm{P}_4(x)=(2+x)^2$, $\mathrm{P}_5(x)=(1+x)^4$, $\mathrm{P}_6(x)=(1-x)^5$;

2) $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $\mathrm{C}=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $\mathrm{D}=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

3.2. 1) $\mathrm{P}_1(x)=2+x$, $\mathrm{P}_2(x)=-1+x^2$, $\mathrm{P}_3(x)=2+3x$, $\mathrm{P}_4(x)=(3+x)^3$, $\mathrm{P}_5(x)=(1-x)^4$, $\mathrm{P}_6(x)=(1+x)^5$;

2) $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{pmatrix}$, $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $\mathrm{C}=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 4 & 5\end{pmatrix}$, $\mathrm{D}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.3. 1) $P_1(x)=-1+2x^2$, $P_2(x)=1-3x^2$, $P_3(x)=x+2x^2$,
$P_4(x)=(2+x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & 5\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

3.4. 1) $P_1(x)=1+x^2$, $P_2(x)=-2+2x$, $P_3(x)=-x-x^2$, $P_4(x)=(3-x)^3$,
$P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 5 & 2\end{pmatrix}$.

3.5. 1) $P_1(x)=1+2x^2$, $P_2(x)=x-x^2$, $P_3(x)=3+2x^2$, $P_4(x)=(2-x)^3$,
$P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 5 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.6. 1) $P_1(x)=4x$, $P_2(x)=-1-x+x^2$, $P_3(x)=2+4x$, $P_4(x)=(3-x)^3$,
$P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.7. 1) $P_1(x)=2-x^2$, $P_2(x)=-3x+x^2$, $P_3(x)=1+2x$, $P_4(x)=(2-x)^3$,
$P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 5 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.8. 1) $P_1(x)=2+x^2$, $P_2(x)=-3+x$, $P_3(x)=-x+2x^2$, $P_4(x)=(2+x)^3$,
$P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 5 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$.

3.9. 1) $P_1(x)=2+x^2$, $P_2(x)=-1+x$, $P_3(x)=2+2x-x^2$,
$P_4(x)=(3+x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 3 & 5\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.10. 1) $P_1(x)=x^2$, $P_2(x)=1+3x$, $P_3(x)=2+2x-x^2$, $P_4(x)=(2+x)^3$,
$P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;
2) $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 4 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 6 & 5\end{pmatrix}$.

3.11. 1) $P_1(x)=-1+2x^2$, $P_2(x)=1-3x$, $P_3(x)=2x+x^2$, $P_4(x)=(3+x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$.

3.12. 1) $P_1(x)=1+x$, $P_2(x)=-2+2x^2$, $P_3(x)=-x-x^2$, $P_4(x)=(2-x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 1 & 5\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

3.13. 1) $P_1(x)=2x+x^2$, $P_2(x)=1-x$, $P_3(x)=2x+3x^2$, $P_4(x)=(3-x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.14. 1) $P_1(x)=x^2$, $P_2(x)=3+x$, $P_3(x)=4+2x^2$, $P_4(x)=(2-x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 3 & 5\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.15. 1) $P_1(x)=x+x^2$, $P_2(x)=2-2x^2$, $P_3(x)=-1-x$, $P_4(x)=(3-x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.16. 1) $P_1(x)=1+x$, $P_2(x)=-2x+2x^2$, $P_3(x)=-1-x^2$, $P_4(x)=(2+x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

3.17. 1) $P_1(x)=1+2x$, $P_2(x)=-x+x^2$, $P_3(x)=3+2x$, $P_4(x)=(2+x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

3.18. 1) $P_1(x)=x^2$, $P_2(x)=-1+x-x^2$, $P_3(x)=2+4x^2$, $P_4(x)=(3+x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 5 & 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.19. 1) $P_1(x)=2-x$, $P_2(x)=x-3x^2$, $P_3(x)=1+2x^2$, $P_4(x)=(2+x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$.

3.20. 1) $P_1(x)=-1-x^2$, $P_2(x)=2-2x^2$, $P_3(x)=x+x^2$, $P_4(x)=(3-x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$.

3.21. 1) $P_1(x)=x+2x^2$, $P_2(x)=1-x^2$, $P_3(x)=3x+2x^2$, $P_4(x)=(1-x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 5 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 5 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$.

3.22. 1) $P_1(x)=4$, $P_2(x)=-1-x+x^2$, $P_3(x)=4+2x$, $P_4(x)=(3-x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

3.23. 1) $P_1(x)=2x-x^2$, $P_2(x)=-3+x^2$, $P_3(x)=2+x$, $P_4(x)=(2-x)^3$, $P_5(x)=(1-x)^4$, $P_6(x)=(1+x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

3.24. 1) $P_1(x)=1+x^2$, $P_2(x)=2x-2x^2$, $P_3(x)=-1-x$, $P_4(x)=(2+x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$.

3.25. 1) $P_1(x)=-3+2x+x^2$, $P_2(x)=1-2x^2$, $P_3(x)=-1$, $P_4(x)=(3+x)^3$, $P_5(x)=(1+x)^4$, $P_6(x)=(1-x)^5$;

2) $A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$.

Задача 4. Найти максимальную линейно независимую подсистему системы элементов $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = c$ (данные см. п.1 задачи 2), a_4, a_5 пространства R^4. Остальные элементы выразить через найденную максимальную линейно независимую подсистему.

4.1. $a_4 = (1, 3, -1, 1)$, $a_5 = (2, 1, 1, -1)$;
4.2. $a_4 = (1, 1, 2, -1)$, $a_5 = (3, -1, 1, 1)$;
4.3. $a_4 = (3, -1, 1, 1)$, $a_5 = (1, 1, -1, 2)$;
4.4. $a_4 = (1, 2, -1, 1)$, $a_5 = (-1, 1, 1, 3)$;
4.5. $a_4 = (1, 3, 1, -1)$, $a_5 = (2, 1, -1, 1)$;
4.6. $a_4 = (-1, 2, 1, 1)$, $a_5 = (1, 1, -1, 3)$;
4.7. $a_4 = (1, 3, -1, 1)$, $a_5 = (-1, 1, 1, 2)$;
4.8. $a_4 = (2, 1, -1, 1)$, $a_5 = (1, -1, 1, 3)$;
4.9. $a_4 = (-1, 1, 3, 1)$, $a_5 = (1, 2, 1, -1)$;
4.10. $a_4 = (1, -1, 1, 2)$, $a_5 = (-1, 1, 3, 1)$;
4.11. $a_4 = (3, -1, 1, 1)$, $a_5 = (1, 1, -1, 2)$;
4.12. $a_4 = (2, 1, -1, 1)$, $a_5 = (1, 3, 1, -1)$;
4.13. $a_4 = (1, 3, 1, -1)$, $a_5 = (2, 1, -1, 1)$;
4.14. $a_4 = (1, -1, 1, 2)$, $a_5 = (3, 1, -1, 1)$;
4.15. $a_4 = (-1, 3, 1, 1)$, $a_5 = (1, 1, -1, 2)$;
4.16. $a_4 = (2, 1, -1, 1)$, $a_5 = (1, -1, 1, 3)$;
4.17. $a_4 = (3, 1, 1, -1)$, $a_5 = (1, 2, -1, 1)$;
4.18. $a_4 = (-1, 1, 1, 2)$, $a_5 = (1, 3, -1, 1)$;
4.19. $a_4 = (1, 1, 3, -1)$, $a_5 = (-1, 2, 1, 1)$;
4.20. $a_4 = (1, 1, 2, -1)$, $a_5 = (-1, 3, 1, 1)$;
4.21. $a_4 = (1, -1, 3, 1)$, $a_5 = (2, 1, 1, -1)$;
4.22. $a_4 = (1, 1, -1, 2)$, $a_5 = (3, -1, 1, 1)$;
4.23. $a_4 = (-1, 1, 1, 3)$, $a_5 = (1, -1, 2, 1)$;
4.24. $a_4 = (2, 1, -1, 1)$, $a_5 = (1, -1, 1, 3)$;
4.25. $a_4 = (1, -1, 3, 1)$, $a_5 = (2, 1, 1, -1)$.

Задача 5. Показать, что следующие системы элементов образуют базисы и найти линейные операторы (матрицы линейных операторов (преобразований)), переводящие:

1) векторы a, b, c (данные см. в п.2 задачи 2) в векторы a_1, b_1, c_1 пространства геометрических векторов и наоборот;

2) многочлены $P_1(x)$, $P_2(x)$, $P_3(x)$ (данные см. в п.1 задачи 3), в многочлены $R_1(x)$, $R_2(x)$, $R_3(x)$;

3) матрицы A, B, C, D в матрицы B, C, D, A.

5.1. 1) $a_1 = 2i - j + k$, $b_1 = i + j$, $c_1 = j - k$;

2) $R_1(x) = x$, $R_2(x) = 1 + 3x^2$, $R_3(x) = 2 - x + 2x^2$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.2. 1) $a_1 = -i + 2j$, $b_1 = 3i + j - k$, $c_1 = 4i + 2k$;

2) $R_1(x) = x$, $R_2(x) = 2 - x$, $R_3(x) = 1 + 2x + x^2$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.3. 1) $a_1 = j + k$, $b_1 = 4i + 5j - 3k$, $c_1 = 2i + j - k$;

2) $R_1(x) = -x$, $R_2(x) = -2 + x$, $R_3(x) = 1 - 3x + 2x^2$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.4. 1) $a_1 = i + k$, $b_1 = -i + 2k$, $c_1 = 2i - j + 3k$;

2) $R_1(x) = -x + 3x^2$, $R_2(x) = 1 - 2x^2$, $R_3(x) = -1 - 2x$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.5. 1) $a_1 = -i + j + 2k$, $b_1 = i - 2j - k$, $c_1 = i - 2j + k$;

2) $R_1(x) = 1$, $R_2(x) = -1 + 2x^2$, $R_3(x) = 2 + x + x^2$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.6. 1) $a_1 = i - 2j - k$, $b_1 = i - 2j + 3k$, $c_1 = i + j - 2k$;

2) $R_1(x) = 1$, $R_2(x) = 3x + x^2$, $R_3(x) = -1 + 2x + 2x^2$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.7. 1) $a_1 = -2i - j + k$; $b_1 = 3i + j - 2k$, $c_1 = 2i - j + k$;

2) $R_1(x) = -1$, $R_2(x) = 1 - 2x^2$, $R_3(x) = -3 + 2x + x^2$;

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5.8. 1) $a_1 = -2i + j + 2k$, $b_1 = -2i - j + k$, $c_1 = 3i - j + 2k$;

2) $R_1(x) = 2 + x - 3x^2$, $R_2(x) = -2x + x^2$, $R_3(x) = -x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.9. 1) $a_1=-i-2j+k$, $b_1=2i+j-2k$, $c_1=2i-j+3k$;

2) $R_1(x)=x^2$, $R_2(x)=2-x^2$, $R_3(x)=1+x+2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.10. 1) $a_1=-i+2j+k$, $b_1=-i-2j+k$, $c_1=i+3j-2k$;

2) $R_1(x)=4x$, $R_2(x)=1-x-x^2$, $R_3(x)=4x+2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.11. 1) $a_1=-2i+j-k$, $b_1=i-2j+3k$, $c_1=-i+j+2k$;

2) $R_1(x)=-x^2$, $R_2(x)=-2-x^2$, $R_3(x)=1+2x-3x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.12. 1) $a_1=3i+2j-k$, $b_1=-2i+2j+k$, $c_1=-2i-j+k$;

2) $R_1(x)=3x-x^2$, $R_2(x)=-2+2x$, $R_3(x)=-1-2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.13. 1) $a_1=i-2j-k$, $b_1=i-2j+2k$, $c_1=-i+3j+2k$;

2) $R_1(x)=x^2$, $R_2(x)=2x-x^2$, $R_3(x)=1+x+2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.14. 1) $a_1=-i+3j+k$, $b_1=i-2j-k$, $c_1=i+3j-2k$;

2) $R_1(x)=x^2$, $R_2(x)=3+x$, $R_3(x)=2+2x-x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.15. 1) $a_1=-i+j+2k$, $b_1=-2i-j+k$, $c_1=-2i+j+k$;

2) $R_1(x)=-1+3x$, $R_2(x)=-2x+x^2$, $R_3(x)=-2-x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.16. 1) $a_1=-2i-j+k$, $b_1=2i+j+3k$, $c_1=i-j+2k$;

2) $R_1(x)=3-x^2$, $R_2(x)=-2+x$, $R_3(x)=-x-2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.17. 1) $a_1=-i-2j+k$, $b_1=i-2j+3k$, $c_1=-i+j+2k$;

2) $R_1(x)=1$, $R_2(x)=-1+2x$, $R_3(x)=2+x+x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.18. 1) $a_1=i-2j+3k$, $b_1=-i+j+2k$, $c_1=-2i-j+k$;

2) $R_1(x)=1$, $R_2(x)=x+3x^2$, $R_3(x)=-1-2x+2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.19. 1) $a_1=-i-2j+k$, $b_1=-i+3j+2k$, $c_1=i-2j+2k$;

2) $R_1(x)=-1$, $R_2(x)=1-2x$, $R_3(x)=-3+x+2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.20. 1) $a_1=2i+j-k$, $b_1=i-2j-k$, $c_1=3i-2j+k$;

2) $R_1(x)=-2+x$, $R_2(x)=x-2x^2$, $R_3(x)=-1+3x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.21. 1) $a_1=-i-2j+k$, $b_1=i-j+2k$, $c_1=-2i+j+3k$;

2) $R_1(x)=x$, $R_2(x)=x+2x^2$, $R_3(x)=1+2x+x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.22. 1) $a_1=i-2j+2k$, $b_1=-i+3j+2k$, $c_1=-2i-j+k$;

2) $R_1(x)=x$, $R_2(x)=3+x^2$, $R_3(x)=2-x+2x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.23. 1) $a_1=3i-j+2k$, $b_1=-2i+j+2k$, $c_1=-i-2j+k$;

2) $R_1(x)=-x$, $R_2(x)=x-2x^2$, $R_3(x)=2-3x+x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5.24. 1) $a_1=2i+j-2k$, $b_1=-2i-2j+k$, $c_1=2i-j+3k$;

2) $R_1(x)=3-x$, $R_2(x)=-2+x^2$, $R_3(x)=-2x-x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$.

5.25. 1) $a_1=-i-2j+k$, $b_1=-2i+3j+k$, $c_1=2i+2j-k$;

2) $R_1(x)=-1+2x$, $R_2(x)=3x+x^2$, $R_3(x)=-3+x^2$;

3) $A=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$.

Задача 6. По матрице $\mathbf{T}=(t_{ij})$ перехода от базиса $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ к базису $B=\{b_1,b_2,b_3,b_4\}$, элементы которых заданы в естественном базисе пространства R^4, найти координаты элемента a_2 в базисе $C=\{b_2,b_3,b_1,b_4\}$ и элемента b_4 в базисе A.

6.1. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2&-1&3&1\\1&1&-6&0\\4&0&5&0\\-3&0&0&0\end{pmatrix}$;

6.2. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}0&1&-1&4\\2&0&1&0\\1&0&0&3\\-3&2&0&1\end{pmatrix}$;

6.3. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-3&1&0&0\\2&0&0&1\\0&-1&0&2\\0&0&2&0\end{pmatrix}$;

6.4. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2&5&2&1\\-1&1&0&3\\1&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}$;

6.5. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}0&2&-1&0\\1&0&0&-1\\0&-2&3&0\\0&0&0&-2\end{pmatrix}$;

6.6. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}5&2&-1&3\\0&1&-1&2\\0&1&0&2\\0&0&1&1\end{pmatrix}$;

6.7. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2&1&-3&4\\3&-6&0&5\\-1&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$;

6.8. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-1&2&0&1\\1&0&2&0\\0&2&1&0\\0&1&-3&2\end{pmatrix}$;

6.9. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2&0&-3&0\\0&-1&1&0\\0&0&0&2\\1&2&0&0\end{pmatrix}$;

6.10. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-1&2&1&-1\\1&5&1&0\\0&2&0&0\\3&1&0&0\end{pmatrix}$;

6.11. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 3 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 0 & -2 & 0\\ 0 & -1 & 0 & -2\end{pmatrix}$;

6.12. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1 & -1\\ -1 & -1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 3 & 0\\ 5 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$;

6.13. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 3 & -6 & 5 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 2 & -3\end{pmatrix}$;

6.14. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -3\end{pmatrix}$;

6.15. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 3 & 2 & 0 & 0\end{pmatrix}$;

6.16. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0 & 0\\ 2 & 0 & 0 & 0\\ 5 & 1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 1 & -1\end{pmatrix}$;

6.17. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & -2\\ -1 & 0 & 3 & 0\\ 2 & 0 & -2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$;

6.18. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\\ 3 & 2 & 1 & 0\\ 0 & 5 & 0 & 0\end{pmatrix}$;

6.19. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}4 & 5 & 0 & 0\\ -3 & 0 & 0 & 0\\ 1 & -6 & 1 & 0\\ 2 & 3 & -1 & 1\end{pmatrix}$;

6.20. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -3\\ 2 & 0 & 3 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$;

6.21. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 2 & 0\\ -3 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$;

6.22. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 5 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 3\end{pmatrix}$;

6.23. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & -2\\ 3 & 0 & -2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1\\ -1 & 0 & 2 & 0\end{pmatrix}$;

6.24. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 3 & 0\\ 2 & -1 & 1 & 0\\ 3 & 1 & 2 & 5\end{pmatrix}$;

6.25. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 3 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 1\\ 2 & 3 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

Задача 7. Найти матрицу перехода от базиса $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ к базису $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$, если элементы базисов A и B заданы в естественном базисе пространства R^4. Найти матрицу обратного перехода. Найти координаты элемента $a = (4, -1, 1, 3)$:

1) в базисах A и B, если элемент a задан в том же базисе, где заданы элементы базисов A и B;
2) в базисе B, если элемент a задан в базисе A.

7.1. $a_1 = (0, 1, -1, 2)$, $a_2 = (5, 2, -1, 3)$, $a_3 = (0, 3, 1, 2)$, $a_4 = (0, 0, 1, 3)$;
$b_1 = (2, 1, 3, 1)$, $b_2 = (2, -2, 3, 1)$, $b_3 = (3, 1, 2, 4)$, $b_4 = (0, 0, -1, 6)$.

7.2. $a_1 = (0, 1, 3, 0)$, $a_2 = (1, -1, 2, 0)$, $a_3 = (2, -1, 3, 5)$, $a_4 = (3, 1, 2, 0)$;
$b_1 = (0, 1, -2, 1)$, $b_2 = (-1, 3, 3, 2)$, $b_3 = (6, 1, 1, 4)$, $b_4 = (0, 2, 2, 3)$.

7.3. $a_1 = (1, 2, 0, 3)$, $a_2 = (1, 3, 0, 0)$, $a_3 = (-1, 2, 0, 1)$, $a_4 = (-1, 3, 5, 3)$;
$b_1 = (2, 2, 3, 0)$, $b_2 = (1, -2, 1, 0)$, $b_3 = (3, 3, 2, -1)$, $b_4 = (1, 1, 4, 6)$.

7.4. $a_1 = (3, 5, 3, -1)$, $a_2 = (2, 0, 3, 1)$, $a_3 = (3, 0, 0, 1)$, $a_4 = (2, 0, 1, -1)$;
$b_1 = (1, 1, 4, 6)$, $b_2 = (2, 2, 3, 0)$, $b_3 = (1, -2, 1, 0)$, $b_4 = (3, 3, 2, -1)$.

7.5. $a_1 = (0, 3, 2, 1)$, $a_2 = (0, 0, 5, 0)$, $a_3 = (1, 1, -1, -1)$, $a_4 = (3, 2, 3, 2)$;
$b_1 = (0, 1, -2, 1)$, $b_2 = (0, 3, 2, 2)$, $b_3 = (-1, 2, 3, 3)$, $b_4 = (6, 4, 1, 1)$.

7.6. $a_1 = (1, -1, -1, 1)$, $a_2 = (2, 3, 2, 3)$, $a_3 = (0, 5, 0, 0)$, $a_4 = (3, 2, 1, 0)$;
$b_1 = (2, 1, 3, 1)$, $b_2 = (2, 1, 3, -2)$, $b_3 = (3, 4, 2, 1)$, $b_4 = (0, 6, -1, 0)$.

7.7. $a_1 = (0, 1, 2, 3)$, $a_2 = (1, 1, -2, 1)$, $a_3 = (-1, 3, 2, 2)$, $a_4 = (1, 1, 1, 1)$;
$b_1 = (0, 0, 1, 1)$, $b_2 = (0, 1, 1, 2)$, $b_3 = (1, 1, 1, 0)$, $b_4 = (1, 0, 1, 3)$.

7.8. $a_1 = (0, 1, -1, 1)$, $a_2 = (1, 1, 3, 1)$, $a_3 = (2, -2, 2, 1)$, $a_4 = (3, 1, 2, 1)$;
$b_1 = (0, 0, 1, 1)$, $b_2 = (0, 1, 1, 0)$, $b_3 = (1, 1, 1, 1)$, $b_4 = (1, 2, 0, 3)$.

7.9. $a_1 = (1, -1, 0, 1)$, $a_2 = (1, 3, 1, 1)$, $a_3 = (-2, 2, 2, 1)$, $a_4 = (2, 3, 1, 1)$;
$b_1 = (1, 0, 0, 1)$, $b_2 = (1, 0, 1, 0)$, $b_3 = (1, 1, 1, 1)$, $b_4 = (0, 1, 2, 3)$.

7.10. $a_1 = (3, 0, 1, 2)$, $a_2 = (2, 3, 2, 3)$, $a_3 = (0, 0, 0, 5)$, $a_4 = (1, 1, -1, -1)$;
$b_1 = (0, 0, -1, 6)$, $b_2 = (2, -2, 3, 1)$, $b_3 = (3, 1, 2, 4)$, $b_4 = (2, 1, 3, 1)$.

7.11. $a_1 = (3, 0, 0, 6)$, $a_2 = (0, 2, 5, 1)$, $a_3 = (-2, 5, 4, 1)$, $a_4 = (2, -3, 1, 2)$;
$b_1 = (-1, -1, 0, 0)$, $b_2 = (3, 5, 5, 0)$, $b_3 = (1, -3, -3, 2)$, $b_4 = (2, 0, 0, 0)$.

7.12. $a_1 = (3, 0, -2, 2)$, $a_2 = (0, 2, 5, -3)$, $a_3 = (0, 5, 4, 1)$, $a_4 = (6, 1, 1, 2)$;
$b_1 = (-1, 3, 1, 2)$, $b_2 = (-1, 5, -3, 0)$, $b_3 = (0, 5, -3, 0)$, $b_4 = (0, 0, 2, 0)$.

7.13. $a_1 = (-1, 2, 0, 1)$, $a_2 = (-1, 3, 5, 2)$, $a_3 = (1, 2, 0, 3)$, $a_4 = (1, 3, 0, 0)$;
$b_1 = (3, 1, 2, 1)$, $b_2 = (3, 1, 2, -2)$, $b_3 = (2, 4, 3, 1)$, $b_4 = (-1, 6, 0, 0)$.

7.14. $a_1 = (3, 0, 0, 1)$, $a_2 = (2, 0, 1, -1)$, $a_3 = (3, 5, 2, -1)$, $a_4 = (2, 0, 3, 1)$;
$b_1 = (-2, 1, 0, 1)$, $b_2 = (3, 2, -1, 3)$, $b_3 = (1, 4, 6, 1)$, $b_4 = (2, 3, 0, 2)$.

7.15. $a_1 = (0, 1, 3, 0)$, $a_2 = (0, 0, 1, 3)$, $a_3 = (0, 1, -1, 2)$, $a_4 = (5, 3, -1, 3)$;
$b_1 = (3, 0, 2, 2)$, $b_2 = (1, 0, 1, -2)$, $b_3 = (2, -1, 3, 3)$, $b_4 = (4, 6, 1, 1)$.

7.16. $a_1 = (3, -1, 3, 5)$, $a_2 = (3, 1, 2, 0)$, $a_3 = (0, 1, 3, 0)$, $a_4 = (1, -1, 2, 0)$;
$b_1 = (4, 6, 1, 1)$, $b_2 = (3, 0, 2, 2)$, $b_3 = (1, 0, 1, -2)$, $b_4 = (2, -1, 3, 3)$.

7.17. $a_1 = (2, 1, 0, 3)$, $a_2 = (5, 0, 0, 0)$, $a_3 = (-1, -1, 1, 1)$, $a_4 = (3, 2, 3, 2)$;
$b_1 = (-2, 1, 0, 1)$, $b_2 = (2, 2, 0, 3)$, $b_3 = (3, 3, -1, 2)$, $b_4 = (1, 1, 6, 4)$.

7.18. $a_1 = (-1, 1, 1, -1)$, $a_2 = (2, 3, 2, 3)$, $a_3 = (0, 0, 0, 5)$, $a_4 = (1, 0, 3, 2)$;
$b_1 = (3, 1, 2, 1)$, $b_2 = (3, -2, 2, 1)$, $b_3 = (2, 1, 3, 4)$, $b_4 = (-1, 0, 0, 6)$.

7.19. $a_1 = (2, 3, 0, 1)$, $a_2 = (-2, 1, 1, 1)$, $a_3 = (2, 2, -1, 3)$, $a_4 = (1, 1, 1, 1)$;
$b_1 = (1, 1, 0, 0)$, $b_2 = (1, 2, 0, 1)$, $b_3 = (1, 0, 1, 1)$, $b_4 = (1, 3, 1, 0)$.

7.20. $a_1 = (-1, 1, 0, 1)$, $a_2 = (3, 1, 1, 1)$, $a_3 = (2, 1, 2, -2)$, $a_4 = (2, 1, 3, 1)$;
$b_1 = (1, 1, 0, 0)$, $b_2 = (1, 0, 0, 1)$, $b_3 = (1, 1, 1, 1)$, $b_4 = (0, 3, 1, 2)$.

7.21. $a_1 = (0, 1, 1, -1)$, $a_2 = (1, 1, 1, 3)$, $a_3 = (2, 1, -2, 2)$, $a_4 = (1, 1, 2, 3)$;
$b_1 = (0, 1, 1, 0)$, $b_2 = (1, 0, 1, 0)$, $b_3 = (1, 1, 1, 1)$, $b_4 = (2, 3, 0, 1)$.

7.22. $a_1 = (1, 2, 3, 0)$, $a_2 = (2, 3, 2, 3)$, $a_3 = (0, 5, 0, 0)$, $a_4 = (-1, -1, 1, 1)$;
$b_1 = (-1, 6, 0, 0)$, $b_2 = (3, 1, 2, -2)$, $b_3 = (2, 4, 3, 1)$, $b_4 = (3, 1, 2, 1)$.

7.23. $a_1 = (0, 6, 3, 0)$, $a_2 = (5, 1, 0, 2)$, $a_3 = (4, 1, -2, 5)$, $a_4 = (1, 2, 2, -3)$;
$b_1 = (0, 0, -1, -1)$, $b_2 = (5, 0, 3, 5)$, $b_3 = (-3, 2, 1, -3)$, $b_4 = (0, 0, 2, 0)$.

7.24. $a_1 = (-2, 2, 3, 0)$, $a_2 = (5, -3, 0, 2)$, $a_3 = (4, 1, 0, 5)$, $a_4 = (1, 2, 6, 1)$;
$b_1 = (1, 2, -1, 3)$, $b_2 = (-3, 0, -1, 5)$, $b_3 = (-3, 0, 0, 5)$, $b_4 = (2, 0, 0, 0)$.

7.25. $a_1 = (-2, 5, 4, 1)$, $a_2 = (2, -3, 1, 2)$, $a_3 = (3, 0, 0, 6)$, $a_4 = (0, 2, 5, 1)$;
$b_1 = (1, -3, -3, 2)$, $b_2 = (2, 0, 0, 0)$, $b_3 = (-1, -1, 0, 0)$, $b_4 = (3, 5, 5, 0)$.

Задача 8. Проверить, что система элементов a_1, a_2, a_3 евклидова пространства $\mathbf{R}^5$, заданных в естественном базисе со стандартным скалярным произведением, ортогональна. Дополнить исходную систему ортогональных элементов до ортогонального базиса.

8.1. $a_1 = (1, 2, 0, 5, -1)$, $a_2 = (3, 1, 7, -1, 0)$, $a_3 = (-1, -2, 1, 2, 5)$;
8.2. $a_1 = (0, 1, 2, -1, 5)$, $a_2 = (7, 3, 1, 0, -1)$, $a_3 = (1, -1, -2, 5, 2)$;
8.3. $a_1 = (-1, 0, 5, 2, 1)$, $a_2 = (0, 7, -1, 1, 3)$, $a_3 = (5, 1, 2, -2, -1)$;
8.4. $a_1 = (2, 1, -1, 0, 5)$, $a_2 = (1, 3, 0, 7, -1)$, $a_3 = (-2, -1, 5, 1, 2)$;
8.5. $a_1 = (5, 0, 2, -1, 1)$, $a_2 = (-1, 7, 1, 0, 3)$, $a_3 = (2, 1, -2, 5, -1)$;
8.6. $a_1 = (-1, 2, 0, 1, 5)$, $a_2 = (0, 1, 7, 3, -1)$, $a_3 = (5, -2, 1, -1, 2)$;
8.7. $a_1 = (1, 5, 2, -1, 0)$, $a_2 = (3, -1, 1, 0, 7)$, $a_3 = (-1, 2, -2, 5, 1)$;
8.8. $a_1 = (0, 1, 5, 2, -1)$, $a_2 = (7, 3, -1, 1, 0)$, $a_3 = (1, -1, 2, -2, 5)$;

8.9. $a_1=(-1,0,2,1,5)$, $a_2=(0,7,1,3,-1)$, $a_3=(5,1,-2,-1,2)$;
8.10. $a_1=(2,1,5,-1,0)$, $a_2=(1,3,-1,0,7)$, $a_3=(-2,-1,2,5,1)$;
8.11. $a_1=(5,-1,0,1,2)$, $a_2=(-1,0,7,3,1)$, $a_3=(2,5,1,-1,-2)$;
8.12. $a_1=(-1,1,5,2,0)$, $a_2=(0,3,-1,1,7)$, $a_3=(5,-1,2,-2,1)$;
8.13. $a_1=(1,0,-1,2,5)$, $a_2=(3,7,0,1,-1)$, $a_3=(-1,1,5,-2,2)$;
8.14. $a_1=(0,1,5,-1,2)$, $a_2=(7,3,-1,0,1)$, $a_3=(1,-1,2,5,-2)$;
8.15. $a_1=(5,0,2,1,-1)$, $a_2=(-1,7,1,3,0)$, $a_3=(2,1,-2,-1,5)$;
8.16. $a_1=(2,5,1,0,-1)$, $a_2=(1,-1,3,7,0)$, $a_3=(-2,2,-1,1,5)$;
8.17. $a_1=(5,0,-1,2,1)$, $a_2=(-1,7,0,1,3)$, $a_3=(2,1,5,-2,-1)$;
8.18. $a_1=(0,2,-1,1,5)$, $a_2=(7,1,0,3,-1)$, $a_3=(1,-2,5,-1,2)$;
8.19. $a_1=(1,-1,5,0,2)$, $a_2=(3,0,-1,7,1)$, $a_3=(-1,5,2,1,-2)$;
8.20. $a_1=(0,5,1,2,-1)$, $a_2=(7,-1,3,1,0)$, $a_3=(1,2,-1,-2,5)$;
8.21. $a_1=(2,-1,0,1,5)$, $a_2=(1,0,7,3,-1)$, $a_3=(-2,5,1,-1,2)$;
8.22. $a_1=(2,-1,5,1,0)$, $a_2=(1,0,-1,3,7)$, $a_3=(-2,5,2,-1,1)$;
8.23. $a_1=(5,0,-1,1,2)$, $a_2=(-1,7,0,3,1)$, $a_3=(2,1,5,-1,-2)$;
8.24. $a_1=(-1,0,2,5,1)$, $a_2=(0,7,1,-1,3)$, $a_3=(5,1,-2,2,-1)$;
8.25. $a_1=(1,5,2,0,-1)$, $a_2=(3,-1,1,7,0)$, $a_3=(-1,2,-2,1,5)$.

Задача 9. Выяснить, является ли обратимым линейным оператором линейного пространства матриц третьего порядка отображение Λ, переводящее всякую матрицу $A=(a_{ij})$ третьего порядка в матрицу $B=\mathbf{AC}$, где $C=(c_{ij})$ - фиксированная матрица третьего порядка. Найти обратный оператор, если он существует, и записать исходный и обратный операторы в координатах.

9.1. $C=\begin{pmatrix}1&1&0\\2&5&2\\-1&1&0\end{pmatrix}$; 9.4. $C=\begin{pmatrix}1&3&0\\2&0&1\\3&1&0\end{pmatrix}$; 9.7. $C=\begin{pmatrix}1&3&0\\5&1&1\\2&-1&1\end{pmatrix}$;

9.2. $C=\begin{pmatrix}0&2&-3\\2&0&1\\-1&1&0\end{pmatrix}$; 9.5. $C=\begin{pmatrix}3&1&0\\2&1&3\\2&-1&1\end{pmatrix}$; 9.8. $C=\begin{pmatrix}2&1&2\\-1&1&0\\0&2&1\end{pmatrix}$;

9.3. $C=\begin{pmatrix}3&2&-1\\-1&-1&1\\2&1&0\end{pmatrix}$; 9.6. $C=\begin{pmatrix}4&5&0\\1&-6&1\\2&3&-1\end{pmatrix}$; 9.9. $C=\begin{pmatrix}2&1&-1\\-1&1&1\\1&3&0\end{pmatrix}$;

9.10. $C=\begin{pmatrix}3 & -6 & 5\\ -1 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$; 9.16. $C=\begin{pmatrix}2 & 5 & 1\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$; 9.22. $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$;

9.11. $C=\begin{pmatrix}2 & 0 & -3\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{pmatrix}$; 9.17. $C=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 1 & 1 & -6\\ 4 & 0 & 5\end{pmatrix}$; 9.23. $C=\begin{pmatrix}3 & -1 & 3\\ 3 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}$;

9.12. $C=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 1 & 5 & 1\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}$; 9.18. $C=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix}$; 9.24. $C=\begin{pmatrix}3 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}$;

9.13. $C=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$; 9.19. $C=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 0\end{pmatrix}$; 9.25. $C=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 1\\ 3 & 2 & 3\\ -2 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

9.14. $C=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 1 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$; 9.20. $C=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 5\end{pmatrix}$;

9.15. $C=\begin{pmatrix}2 & 1 & -3\\ 3 & 6 & 0\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix}$; 9.21. $C=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}$;

Задача 10. Найти матрицы линейных операторов (преобразований) $(\alpha\Lambda_1+\beta\Lambda_2)\circ\Lambda_1$, Λ_2^{-1} линейного пространства упорядоченных троек $(x_1,x_2,x_3)\in R^3$ в том же базисе, где заданы матрица C (данные см. в задаче 9) линейного оператора Λ_1 и матрица $A=(a_{ij})$ линейного оператора Λ_2.

10.1. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ -1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}$, $\alpha=-2,\quad \beta=3.$

10.3. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=2.$

10.5. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 0 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=2.$

10.2. $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 3 & -6 & 5\\ 2 & 1 & 4\end{pmatrix}$, $\alpha=3,\quad \beta=4.$

10.4. $A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ -3 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=2,\quad \beta=-2.$

10.6. $A=\begin{pmatrix}-3 & 1 & 0\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=2,\quad \beta=-2.$

10.7. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $\alpha=-2,\quad \beta=3.$

10.8. $A=\begin{pmatrix}1 & 6 & 1\\ 0 & 0 & 3\\ -1 & 3 & 2\end{pmatrix}$, $\alpha=3,\quad \beta=4.$

10.9. $A=\begin{pmatrix}5 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 3\end{pmatrix}$, $\alpha=3,\quad \beta=4.$

10.10 $A=\begin{pmatrix}3 & -1 & -2\\ 3 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=-1,\quad \beta=-2.$

10.11. $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=-2,\quad \beta=-2.$

10.12. $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=2.$

10.13. $A=\begin{pmatrix}1 & 5 & 1\\ -1 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=2,\quad \beta=-2.$

10.14. $A=\begin{pmatrix}3 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 1\\ 2 & 3 & 3\end{pmatrix}$, $\alpha=-2,\quad \beta=3.$

10.15. $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 5\\ 1 & 3 & 2\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=-1.$

10.16. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 0 & -1\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$, $\alpha=3,\quad \beta=4.$

10.17. $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 2\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=2.$

10.18 $A=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 2\\ 0 & 5 & 2\\ 1 & -6 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=3,\quad \beta=4.$

10.19. $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1\\ 5 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=2,\quad \beta=-2.$

10.20. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 3\\ 0 & 3 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=-2,\quad \beta=3.$

10.21. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=-2,\quad \beta=-2.$

10.22. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & 3 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $\alpha=-1,\quad \beta=-2.$

10.23. $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & -1\\ 1 & -3 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=2.$

10.24. $A=\begin{pmatrix}5 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 0\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}$, $\alpha=-3,\quad \beta=-1.$

10.25. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=3,\quad \beta=4.$

Задача 11. Записать матрицу линейного оператора Λ, переводящего элементы базиса $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ (данные см. в задаче 7) пространства

R^4 в соответствующие элементы b_1, b_2, b_3, b_4 этого же пространства. Найти образ элемента $a = (4, -1, 1, 3)$ этого пространства.

11.1. $b_1 = (-1, 3, 1, 0)$, $b_2 = (-1, 5, -3, 0)$, $b_3 = (0, 5, -3, 0)$, $b_4 = (0, 0, 2, 0)$;

11.2. $b_1 = (1, 0, -1, 0)$, $b_2 = (3, 2, 1, 0)$, $b_3 = (-1, 1, 5, 0)$, $b_4 = (2, 1, -2, 0)$;

11.3. $b_1 = (0, 2, 1, 0)$, $b_2 = (2, 1, 3, 0)$, $b_3 = (1, -2, -1, 0)$, $b_4 = (-1, 0, 5, 0)$;

11.4. $b_1 = (2, -1, 3, 0)$, $b_2 = (1, -1, 2, 0)$, $b_3 = (-1, 1, 0, 0)$, $b_4 = (2, 3, -1, 0)$;

11.5. $b_1 = (3, 1, 2, 0)$, $b_2 = (1, 5, 0, 0)$, $b_3 = (1, 0, -1, 0)$, $b_4 = (3, -1, 2, 0)$;

11.6. $b_1 = (2, 1, -1, 0)$, $b_2 = (1, -1, 3, 0)$, $b_3 = (2, -1, 1, 0)$, $b_4 = (2, 1, -2, 0)$;

11.7. $b_1 = (0, 2, -1, 0)$, $b_2 = (1, 3, 2, 0)$, $b_3 = (2, 1, -1, 0)$, $b_4 = (1, 3, -1, 0)$;

11.8. $b_1 = (2, 0, 1, 0)$, $b_2 = (1, 2, -1, 0)$, $b_3 = (-2, 1, 2, 0)$, $b_4 = (-1, 0, 5, 0)$;

11.9. $b_1 = (1, 3, -1, 0)$, $b_2 = (-1, 0, 5, 0)$, $b_3 = (2, 1, -2, 0)$, $b_4 = (-1, 2, 1, 0)$;

11.10. $b_1 = (3, 1, -4, 0)$, $b_2 = (1, 1, -1, 0)$, $b_3 = (2, 1, 1, 0)$, $b_4 = (1, 3, -1, 0)$;

11.11. $b_1 = (1, 2, -1, 0)$, $b_2 = (3, -4, -1, 0)$, $b_3 = (1, 5, 0, 0)$, $b_4 = (2, 1, 0, 0)$;

11.12. $b_1 = (-1, 1, 3, 0)$, $b_2 = (3, 1, 1, 0)$, $b_3 = (2, -1, -1, 0)$, $b_4 = (-1, 3, 0, 0)$;

11.13. $b_1 = (0, 1, -3, 0)$, $b_2 = (-1, 2, 1, 0)$, $b_3 = (1, 3, 0, 0)$, $b_4 = (-1, 3, -2, 0)$;

11.14. $b_1 = (-3, 2, 3, 0)$, $b_2 = (3, -1, 2, 0)$, $b_3 = (1, 1, -1, 0)$, $b_4 = (1, -1, 0, 0)$;

11.15. $b_1 = (-1, 3, 1, 0)$, $b_2 = (1, 1, 3, 0)$, $b_3 = (0, -2, -2, 0)$, $b_4 = (1, 4, 3, 0)$;

11.16. $b_1 = (-2, -1, 3, 0)$, $b_2 = (-3, 1, 5, 0)$, $b_3 = (0, 3, 1, 0)$, $b_4 = (5, 0, -2, 0)$;

11.17. $b_1 = (5, -2, 0, 0)$, $b_2 = (1, 0, -5, 0)$, $b_3 = (-2, 1, 2, 0)$, $b_4 = (0, 3, 1, 0)$;

11.18. $b_1 = (-5, 0, 2, 0)$, $b_2 = (2, 2, 0, 0)$, $b_3 = (-1, 2, 0, 0)$, $b_4 = (2, -3, 4, 0)$;

11.19. $b_1 = (1, 0, 2, 0)$, $b_2 = (-1, 1, 1, 0)$, $b_3 = (1, -2, 3, 0)$, $b_4 = (2, -1, 2, 0)$;

11.20. $b_1 = (1, -2, 2, 0)$, $b_2 = (2, -2, -2, 0)$, $b_3 = (-1, 1, 1, 0)$, $b_4 = (2, 2, -3, 0)$;

11.21. $b_1 = (-2, 1, 1, 0)$, $b_2 = (1, 1, 2, 0)$, $b_3 = (-3, 2, 1, 0)$, $b_4 = (1, 1, -1, 0)$;

11.22. $b_1 = (2, -1, -2, 0)$, $b_2 = (2, 1, -1, 0)$, $b_3 = (2, 2, 1, 0)$, $b_4 = (3, 1, -2, 0)$;

11.23. $b_1 = (3, 3, 1, 0)$, $b_2 = (2, -2, 1, 0)$, $b_3 = (-2, -1, -1, 0)$, $b_4 = (3, 1, 5, 0)$;

11.24. $b_1 = (-2, 1, 1, 0)$, $b_2 = (-1, -1, 4, 0)$, $b_3 = (1, 1, -3, 0)$, $b_4 = (2, 1, -1, 0)$;

11.25. $b_1 = (2, -3, 0, 0)$, $b_2 = (1, 1, -1, 0)$, $b_3 = (1, -1, 3, 0)$, $b_4 = (-3, 0, -1, 0)$.

Задача 12. Выяснить, являются ли линейными операторами соответствующих пространств R^k операторы Λ_1, Λ_2, переводящие всякий элемент $x = (x_1, x_2, ..., x_k)$ пространства R^k в элемент $y = (y_1, y_2, ..., y_k)$, заданный координатами в том же базисе, что и элемент x. Для линейных операторов найти их матрицы в том же базисе, где заданы элементы x и y. Вычислить ранг и дефект линейных операторов.

12.1. $\Lambda_1(x) = (7x_1 + 6x_2 - x_3 + 3x_4,\ 5x_1 - 4x_2 + x_3 - 2x_4,\ 3x_1 + 2x_2,\ x_1)$;

$\Lambda_2(x) = (5x_1 + 4x_2 - x_3,\ -2x_2 + 3x_3,\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 1)$.

12.2. $\Lambda_1(x) = (-2x_1 + 2x_2,\ -x_1 - 2x_3,\ 2x_1 - 2x_2 + x_4,\ -x_1 - 2x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (-x_1 + 3x_2 + 2x_3,\ 5x_2 + 2x_3 + 3,\ x_1 - 6x_2 + x_3 + 2)$.

12.3. $\Lambda_1(x) = (2x_2 - x_3,\ x_1 + x_2 + 2x_3,\ x_1 - 5x_2 + x_4,\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (5x_3 + 2,\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 1,\ -x_1 + x_2 - x_3 - 2)$.

12.4. $\Lambda_1(x) = (3x_1 + x_2,\ 2x_1 + 2x_2 - x_3,\ -x_1 + 2x_2 + x_4,\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (x_1 + x_2 - x_3 - 3,\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 1,\ 3x_1 + x_3 + 2)$.

12.5. $\Lambda_1(x) = (-x_2 + x_3,\ -2x_1 - x_3,\ -2x_1 + x_2 + x_4,\ -4x_1 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2,\ -x_3 + 4,\ x_1 + 3x_2 + 2x_3)$.

12.6. $\Lambda_1(x) = (-2x_1 + x_2,\ -x_2 + 2x_3,\ -2x_1 - 2x_2 + x_4,\ -4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (x_1 + 6x_2 + x_3 + 1,\ 3x_3 + 3,\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3)$.

12.7. $\Lambda_1(x) = (-x_1 + 2x_2,\ 2x_1 + x_2 + x_3,\ 2x_1 + x_3 + x_4,\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (3x_1 + 3x_2 + 2,\ x_1 - x_2 + x_3 - 4,\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 1)$.

12.8. $\Lambda_1(x) = (x_1 - 2x_2,\ -3x_1 + x_2 + 2x_3,\ -x_1 + 2x_2 + x_4,\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (-x_1 + 2x_2 - 3,\ 3x_2 + x_3 + 1,\ x_1 + 2x_3 - 1)$.

12.9. $\Lambda_1(x) = (x_2 + 3x_3,\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3,\ x_1 + 2x_2 + x_4,\ 5x_2 + 5x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (-x_2 + 2x_3 + 2,\ -3x_1 + x_2 - 1,\ 2x_1 + x_3 - 1)$.

12.10. $\Lambda_1(x) = (x_2 - 2x_3,\ -x_1 + 3x_3,\ x_1 + x_2 + x_4,\ 2x_2 + x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (2x_1 + x_2 + x_3 - 3,\ x_1 + 2x_3 - 2,\ -x_2 + 2x_3 + 2)$.

12.11. $\Lambda_1(x) = (-3x_1 + x_2 + 2,\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2,\ 2x_1 + x_2 + 1)$;

$\Lambda_2(x) = (x_2 + 2x_3,\ x_1 + 2x_2 + x_3,\ -2x_1 + 2x_2 + x_4,\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4)$.

12.12. $\Lambda_1(x) = (3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 1,\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 1,\ -x_1 - x_2 + 1)$;

$\Lambda_2(x) = (3x_1 + x_3,\ 2x_1 - x_2 + x_3,\ -x_1 + x_2 + x_4,\ 4x_1 + 3x_3 + x_4)$.

12.13. $\Lambda_1(x) = (x_1 - 2x_3,\ 2x_1 - 3x_2 + x_3,\ -x_1 + x_2 + x_4,\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (x_1 + x_2 + 3,\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 1,\ -x_1 + x_2 - 1)$.

12.14. $\Lambda_1(x) = (3x_1 + x_2 + 1,\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 1,\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2)$;

$\Lambda_2(x) = (-2x_1 + x_3,\ -2x_2 - x_3,\ x_1 + 2x_2 + x_4,\ -x_1 + x_4)$.

12.15. $\Lambda_1(x) = (3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3,\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2,\ 2x_1 + x_2 + 1)$;

$\Lambda_2(x) = (-2x_1 + x_3,\ -2x_2 - x_3,\ x_1 + 2x_2 + x_4,\ -x_1 + x_4)$.

12.16. $\Lambda_1(x) = (x_1 + 3x_2,\ 2x_1 + x_3 + 2,\ 3x_1 + x_2 - 2)$;

$\Lambda_2(x) = (3x_2 + x_3,\ -3x_1 - x_3,\ -2x_1 + x_2 + x_3,\ -5x_1 + 4x_2 + x_4)$.

12.17. $\Lambda_1(x) = (3x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 1,\ -x_1 + x_2 + 1,\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 3)$;

$\Lambda_2(x) = (-2x_1 + x_3,\ x_1 + 2x_2 - 3x_3,\ -4x_1 + x_2 + x_4,\ -5x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4)$.

12.18. $\Lambda_1(x) = (x_1 - x_2 - x_3,\ 4x_1 + 2x_3,\ x_1 - 2x_2 + x_4,\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (3x_1 + 2x_3,\ x_1 + x_3 + 2,\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2)$.

12.19. $\Lambda_1(x) = (3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2,\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 1,\ x_2 + 3x_3 + 1)$;

$\Lambda_2(x) = (2x_1 - x_3,\ x_1 + x_2 + 2x_3,\ -2x_1 - x_2 - x_4,\ x_1 + x_3 - x_4)$.

12.20. $\Lambda_1(x) = (-2x_2 + x_3,\ -x_3,\ 3x_1 + x_2 + x_4,\ 3x_1 - x_2 - x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (2x_1 + 5x_2 + x_3 + 1,\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + 3,\ x_1 + x_2 - 1)$.

12.21. $\Lambda_1(x) = (-x_1 - x_2 + x_3,\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3,\ -2x_1 + x_2 + 1)$;

$\Lambda_2(x) = (x_1 - 2x_3,\ -3x_1 + 2x_2 + x_3,\ -x_1 + 2x_2 + x_3,\ -3x_1 + 4x_2 + x_4)$.

12.22. $\Lambda_1(x) = (2x_1 + x_2 - 3x_3,\ 3x_1 + 6x_2 - 2,\ -x_1 + x_2 + 3)$;

$\Lambda_2(x) = (3x_2 + x_3,\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3,\ x_1 - x_2 + x_4,\ 4x_2 + 3x_3 + x_4)$.

12.23. $\Lambda_1(x) = (-x_1 + 2x_3,\ 2x_1 + x_2 + x_3,\ -x_1 + x_2 + x_3,\ 2x_2 + 4x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (2x_1 + x_3 + 2,\ 2x_1 + x_2 - 1,\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4)$.

12.24. $\Lambda_1(x) = (x_1 - 2x_3,\ -x_1 + 2x_2,\ 2x_1 - 2x_2 + x_4,\ 2x_1 - 2x_3 + x_4)$;

$\Lambda_2(x) = (2x_1 - 3x_3,\ -x_2 + x_3,\ x_1 + 2x_2 + 3)$.

12.25. $\Lambda_1(x) = (2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2,\ x_1 + x_2 - 6x_3 + 1,\ 4x_1 + 5x_2 + 2)$;

$\Lambda_2(x) = (-2x_1 + x_2,\ x_1 - 3x_2 + 2x_3,\ 2x_1 - 2x_2 + x_4,\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4)$.

Задача 13. Найти матрицу линейного оператора Λ линейного пространства R^4 в базисе $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ (данные см. в задаче 7), если задана ее матрица A (матрица A совпадает с матрицей T данной в задаче 6) в базисе $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, а элементы базисов A и B заданы в естественном базисе.

Задача 14. Найти матрицу линейного оператора Λ линейного пространства R^4 относительно базиса $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ (данные см. в задаче 7) и естественного базиса пространства R^4, если для любого $i = 1, 2, 3, 4$ $\Lambda(a_i) = b_i$ и элементы базисов A и $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ (данные см. в задаче 7) заданы в естественном базисе R^4.

Задача 15. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = (a_{ij})$ $(i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, 3)$.

15.1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$;

15.2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}$;

15.3. $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \\ -4 & -4 & -3 \end{pmatrix}$;

15.4. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$;

15.5. $A=\begin{pmatrix}-4 & -2 & -5\\ 5 & 3 & 5\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$;

15.6. $A=\begin{pmatrix}-1 & -4 & -4\\ -3 & -1 & -3\\ 3 & 4 & 6\end{pmatrix}$;

15.7. $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ -4 & -1 & 4\\ -4 & 1 & 2\end{pmatrix}$;

15.8. $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ -1 & -3 & -1\\ -4 & -4 & -3\end{pmatrix}$;

15.9. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2\\ 1 & -1 & 1\\ -1 & -2 & -4\end{pmatrix}$;

15.10. $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 4\\ 3 & 1 & 3\\ -3 & -4 & -6\end{pmatrix}$;

15.11. $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -3\\ 4 & 1 & -4\\ 4 & 3 & -6\end{pmatrix}$;

15.12. $A=\begin{pmatrix}-1 & -4 & -4\\ 1 & -1 & 1\\ -1 & 4 & 2\end{pmatrix}$;

15.13. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 4 & 1 & -4\\ 4 & -1 & -2\end{pmatrix}$;

15.14. $A=\begin{pmatrix}-2 & -4 & -1\\ 1 & 3 & 1\\ 4 & 4 & 3\end{pmatrix}$;

15.15. $A=\begin{pmatrix}-6 & -4 & -5\\ 5 & 3 & 5\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$;

15.16. $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & -2\\ 3 & 1 & 3\\ -3 & 2 & 0\end{pmatrix}$;

15.17. $A=\begin{pmatrix}4 & 2 & 5\\ -5 & -3 & -5\\ -4 & -4 & -3\end{pmatrix}$;

15.18. $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 2 & -1 & -2\\ 2 & 1 & -4\end{pmatrix}$;

15.19. $A=\begin{pmatrix}0 & -2 & -1\\ 1 & 3 & 1\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$;

15.20. $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 4\\ -1 & 1 & -1\\ 1 & -4 & -2\end{pmatrix}$;

15.21. $A=\begin{pmatrix}-4 & 5 & 2\\ -2 & 3 & 4\\ -5 & 5 & 3\end{pmatrix}$;

15.22. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2\\ -3 & -1 & -3\\ 3 & -2 & 0\end{pmatrix}$;

15.23. $A=\begin{pmatrix}-1 & -3 & 3\\ 2 & -1 & -2\\ 2 & -3 & 0\end{pmatrix}$;

15.24. $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ -2 & 3 & 4\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$;

15.25. $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ -4 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача 16. Разложить на множители в полях R и C многочлены

$$P(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0,$$
$$Q(x) = x^5 + b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0,$$
$$R(x) = x^5 + c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0.$$

16.1. $P(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120,$
$Q(x) = x^5 + 9x^4 + 29x^3 + 43x^2 + 30x + 8,$
$R(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 8.$

16.2. $P(x) = x^5 - 9x^4 + 13x^3 + 69x^2 - 194x + 120,$
$Q(x) = x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 34x^2 - 52x - 24,$
$R(x) = x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4.$

16.3. $P(x) = x^5 - x^4 - 27x^3 + 41x^2 + 106x - 120,$
$Q(x) = x^5 + 8x^4 + 24x^3 + 34x^2 + 23x + 6,$
$R(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 4x + 8.$

16.4. $P(x) = x^5 + 5x^4 - 15x^3 - 85x^2 - 26x + 120,$
$Q(x) = x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 36x^2 - 27x - 54,$
$R(x) = x^5 + x^4 - x^3 + x^2 + x - 1.$

16.5. $P(x) = x^5 - 3x^4 - 23x^3 + 87x^2 - 14x - 120,$
$Q(x) = x^5 + 3x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 18x - 8,$
$R(x) = x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 4.$

16.6. $P(x) = x^5 + 3x^4 - 23x^3 - 51x^2 + 94x + 120,$
$Q(x) = x^5 + 10x^4 + 39x^3 + 74x^2 + 68x + 24,$
$R(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 2.$

16.7. $P(x) = x^5 - 9x^4 + 13x^3 + 57x^2 - 86x - 120,$
$Q(x) = x^5 + 2x^4 - 6x^3 - 20x^2 - 19x - 6,$
$R(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 - 2x^2 + 4x + 8.$

16.8. $P(x)=x^5-3x^4-23x^3+27x^2+166x+120$,

$Q(x)=x^5-8x^4+16x^3+18x^2-81x+54$,

$R(x)=x^5-x^4+x^3-x^2+4x-4$.

16.9. $P(x)=x^5-5x^4-15x^3+125x^2-226x+120$,

$Q(x)=x^5-x^4-11x^3+29x^2-26x+8$,

$R(x)=x^5+3x^4-2x^3-6x^2+4x+12$.

16.10. $P(x)=x^5+x^4-27x^3-x^2+146x-120$,

$Q(x)=x^5-2x^4-9x^3+22x^2+4x+24$,

$R(x)=x^5-2x^4+3x^3-6x^2+4x-8$.

16.11. $P(x)=x^5-11x^4+33x^3+11x^2-154x+120$,

$Q(x)=x^5-2x^4-6x^3+4x^2+13x+6$,

$R(x)=x^5+x^4-x^3-x^2-x-1$.

16.12. $P(x)=x^5-5x^4-15x^3+65x^2+74x-120$,

$Q(x)=x^5+10x^4+34x^3+36x^2-27x-54$,

$R(x)=x^5+2x^4+2x^3+4x^2+4x+8$.

16.13. $P(x)=x^5-13x^4+57x^3-83x^2-34x+120$,

$Q(x)=x^5+5x^4+x^3-17x^2-22x-8$,

$R(x)=x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$.

16.14. $P(x)=x^5-7x^4-3x^3+79x^2-46x-120$,

$Q(x)=x^5-4x^4-3x^3+34x^2-52x+24$,

$R(x)=x^5+x^4-x^3-x^2+4x+4$.

16.15. $P(x)=x^5+x^4-27x^3-13x^2+134x+120$,

$Q(x)=x^5+4x^4-14x^2-17x-6$,

$R(x)=x^5+2x^4+x^3+2x^2+4x+8$.

16.16. $P(x)=x^5+7x^4-3x^3-103x^2-214x-120$,

$Q(x)=x^5+8x^4+16x^3-18x^2-81x-54$,

$R(x)=x^5+2x^4-2x^3-4x^2+4x+8$.

16.17. $P(x)=x^5-7x^4-3x^3+103x^2-214x+120$,

$Q(x)=x^5-9x^4+29x^3-43x^2+30x-8$,

$R(x)=x^5-x^4+3x^3-3x^2+4x-4$.

16.18. $P(x)=x^5-x^4-27x^3+13x^2+134x-120$,

$Q(x)=x^5+8x^4+21x^3+14x^2-20x-24$,

$R(x)=x^5-2x^4-x^3+2x^2+x-2$.

16.19. $P(x)=x^5-3x^4-23x^3+51x^2+94x-120$,

$Q(x)=x^5+2x^4-6x^3-20x^2-19x-6$,

$R(x)=x^5+x^4+2x^3+2x^2+4x+4$.

16.20. $P(x)=x^5+3x^4-23x^3-87x^2-14x+120$,

$Q(x)=x^5-10x^4+34x^3-36x^2-27x+54$,

$R(x)=x^5-2x^4+x^3-2x^2+x-2$.

16.21. $P(x)=x^5-5x^4-15x^3+85x^2-26x-120$,

$Q(x)=x^5-3x^4-7x^3+7x^2+18x+8$,

$R(x)=x^5-x^4-x^3+x^2+4x-4$.

16.22. $P(x)=x^5+x^4-27x^3-41x^2+106x+120$,

$Q(x)=x^5+2x^4-9x^3-22x^2+4x+24$,

$R(x)=x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$.

16.23. $P(x)=x^5-x^4-27x^3+x^2+146x+120$,

$Q(x)=x^5-8x^4+24x^3-34x^2+23x-6$,

$R(x)=x^5-3x^4+3x^3-9x^2+4x-12$.

16.24. $P(x)=x^5+5x^4-15x^3-125x^2-226x+120$,

$Q(x)=x^5-12x^4+56x^3-126x^2+135x-54$,

$R(x)=x^5+2x^4+2x^3+4x^2+4x+8$.

16.25. $P(x)=x^5+3x^4-23x^3-27x^2+166x-120$,

$Q(x)=x^5+x^4-11x^3-29x^2-26x-8$,

$R(x)=x^5-2x^4-x^3+2x^2+4x-8$.

Задача 17. С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов $P(x)=x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ и $Q(x)=x^3+b_2x^2+b_1x+b_0$.

17.1. $P(x)=x^4-7x^3+18x^2-20x+8$, $Q(x)=x^3-6x^2+11x-6$.

17.2. $P(x)=x^4-x^3-3x^2+5x-2$, $Q(x)=x^3-4x^2+5x-2$.

17.3. $P(x)=x^4-7x^3+17x^2-17x+6$, $Q(x)=x^3-7x+6$.

17.4. $P(x)=x^4-7x^3+17x^2-17x+6$, $Q(x)=x^3+2x^2-5x-6$.

17.5. $P(x)=x^4-5x^3+9x^2-7x+2$, $Q(x)=x^3-5x^2+8x-4$.

17.6. $P(x)=x^4-5x^3+6x^2+4x-8$, $Q(x)=x^3-3x+2$.

17.7. $P(x)=x^4+3x^3-7x^2-15x+18$, $Q(x)=x^3+4x^2+x-6$.

17.8. $P(x)=x^4-x^3-7x^2+13x-6$, $Q(x)=x^3-x^2+8x+12$.

17.9. $P(x)=x^4-9x^3+29x^2-39x+18$, $Q(x)=x^3-4x^2+x+6$.

17.10. $P(x)=x^4+5x^3+x^2-21x-18$, $Q(x)=x^3+3x^2-4x-12$.

17.11. $P(x)=x^4+5x^3+9x^2+7x+2$, $Q(x)=x^3-7x-6$.

17.12. $P(x)=x^4+5x^3+6x^2-4x-8$, $Q(x)=x^3-x^2-4x+4$.

17.13. $P(x)=x^4-3x^3-7x^2+15x+18$, $Q(x)=x^3+2x^2-9x-18$.

17.14. $P(x)=x^4-x^3-3x^2+5x-2$, $Q(x)=x^3-2x^2-5x+6$.

17.15. $P(x)=x^4+3x^3-3x^2-7x+6$, $Q(x)=x^3+6x^2+11x+6$.

17.16. $P(x)=x^4-5x^3+x^2+21x-18$, $Q(x)=x^3+3x^2-4$.

17.17. $P(x)=x^4+5x^3+9x^2+7x+2$, $Q(x)=x^3+2x^2-x-2$.

17.18. $P(x)=x^4-3x^3-3x^2+11x-6$, $Q(x)=x^3-3x^2-4x+12$.

17.19. $P(x)=x^4+9x^3+29x^2+39x+18$, $Q(x)=x^3+3x^2-4x-12$.

17.20. $P(x)=x^4+x^3-3x^2-5x-2$, $Q(x)=x^3-2x^2-x+2$.

17.21. $P(x)=x^4-3x^3-3x^2+7x+6$, $Q(x)=x^3-7x^2+16x-12$.

17.22. $P(x)=x^4+7x^3+18x^2+20x+8$, $Q(x)=x^3+x^2-4x-4$.

17.23. $P(x)=x^4-5x^3+8x^2-7x+2$, $Q(x)=x^3-5x^2+7x-3$.

17.24. $P(x)=x^4+7x^3+13x^2-3x-18$, $Q(x)=x^3-3x+2$.

17.25. $P(x)=x^4-8x^3+23x^2-28x+12$, $Q(x)=x^3-x^2-4x+4$.

Типовой расчет №1 по геометрии
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Задача 1.

1.1. Найти уравнение диагонали параллелограмма, не проходящей через точку пересечения его сторон $x+y-1=0$ и $y+1=0$, если известно, что диагонали параллелограмма пересекаются в точке $P(-1,0)$.

1.2. На прямой $2x+y+11=0$ найти точку, равноудаленную от двух данных точек $A(1,1)$ и $B(3,0)$.

1.3. Найти координаты точки, симметричной точке $A(5,2)$, относительно прямой $4x+2y+1=0$.

1.4. Вычислить координаты центра окружности, описанной около треугольника с вершинами $A(-1,1)$, $B(2,-1)$, $C(4,0)$.

1.5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2,6)$ и образующей с осями координат треугольник, который находится во второй четверти и имеет площадь 3 кв.ед.

1.6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1,2)$ так, что середина ее отрезка, заключенного между параллельными прямыми $x+2y+1=0$ и $x+2y-3=0$, лежит на прямой $x-y-6=0$.

1.7. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $2x-y+4=0$, $2x-y+10=0$ и уравнение одной из его диагоналей $x+y+2=0$.

1.8. Составить уравнения сторон треугольника, если $A(-5;5)$ и $B(3,1)$ две его вершины, а $D(2,5)$ - точка пересечения его высот.

1.9. Даны уравнение одной из сторон квадрата $x+3y-7=0$ и точка пересечения его диагоналей $P(0,-1)$. Найти уравнения трех остальных сторон этого квадрата.

1.10. Даны уравнения одной из сторон ромба $x-3y+10=0$ и одной из его диагоналей $x+4y-4=0$; диагонали ромба пересекаются в точке (0;1). Найти уравнение остальных сторон ромба.

1.11. Дан треугольник с вершинами $A(4,6)$, $B(-3,0)$, $C(2,-3)$. Найти уравнение высоты CE и угол A треугольника.

1.12. Даны вершины треугольника: $A(1,1)$, $B(10,13)$, $C(13,6)$. Составить уравнение биссектрисы угла A.

1.13. Даны уравнения сторон треугольника $5x-4y+15=0$ и $4x+y-9=0$. Его медианы пересекаются в точке (0; 2). Составить уравнение третьей стороны треугольника.

1.14. Даны две вершины $A(2,-2)$ и $B(3,-1)$ и точка $P(1,0)$ пересечения медиан треугольника ABC. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через вершину C.

1.15. Даны уравнения высот треугольника $x+y=4$ и $y=2x$ и одна из его вершин $A(0,2)$. Составить уравнения сторон треугольника.

1.16. Даны уравнения двух медиан треугольника $x-2y+1=0$ и $y-1=0$ и одна из его вершин (1, 3). Составить уравнения его сторон.

1.17. Две стороны треугольника заданы уравнениями $5x-2y-8=0$ и $3x-2y-8=0$, а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение третьей стороны.

1.18. Даны уравнение одной из сторон угла $4x-3y+9=0$ и уравнение его биссектрисы $x-7y+21=0$. Написать уравнение другой стороны угла.

1.19. Вершинами треугольника ABC служат точки $A(2,-2)$ и $B(3,-1)$. Его медианы пересекаются в точке (1, 0). Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины С.

1.20. Составить уравнения сторон треугольника, если $A(-3;3)$, $B(5,-1)$ - две его вершины, а $M(4,3)$ - точка пересечения его высот.

1.21. На прямой $2x+3y-18=0$ найти точку, которая отстоит от оси Оу в три раза дальше, чем от оси Ох.

1.22. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $3x-2y+12=0$ и $x-3y+11=0$ и точка пересечения его диагоналей (2, 2). Составить уравнения двух других сторон параллелограмма и его диагоналей.

1.23. Две стороны, исходящие из одной вершины параллелограмма, заданы уравнениями $5x-3y+28=0$, $x-3y-4=0$; координаты противоположной вершины параллелограмма (10,6). Составить уравнения двух других сторон параллелограмма и его диагоналей.

1.24. Две противоположные вершины квадрата находятся в точках $A(-1,1)$, $C(5,3)$. Составить уравнения сторон и диагоналей этого квадрата.

1.25. Составить уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, если уравнение его гипотенузы $x-2y-3=0$, а вершиной прямого угла служит точка $C(1,6)$.

Задача 2. Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти длины медианы, высоты, биссектрисы, проведенных из вершины A. Вычислить внутренний угол при вершине B.

2.1. $A(6;2)$, $B(30;-5)$, $C(12;19)$;

2.2. $A(4;3)$, $B(-12;-9)$, $C(-5;15)$;

2.3. $A(-1;7)$, $B(11;2)$, $C(17;10)$;
2.4. $A(1;1)$, $B(-15;11)$, $C(-8;13)$;
2.5. $A(-14;10)$, $B(10;3)$, $C(-8;27)$;
2.6. $A(7;1)$, $B(-5;-4)$, $C(-9;-1)$;
2.7. $A(-2;1)$, $B(-18;-11)$, $C(-11;13)$;
2.8. $A(10;-1)$, $B(-2;-6)$, $C(-6;-3)$;
2.9. $A(-12;6)$, $B(12;-1)$, $C(-6;23)$;
2.10. $A(8;0)$, $B(-4;-5)$, $C(-8;-2)$;
2.11. $A(5;3)$, $B(-11;-9)$, $C(-4;15)$;
2.12. $A(28;-3)$, $B(4;4)$, $C(0;1)$;
2.13. $A(0;5)$, $B(-16;-7)$, $C(-9;17)$;
2.14. $A(30;4)$, $B(6;-3)$, $C(2;0)$;
2.15. $A(10;1)$, $B(-6;13)$, $C(1;-11)$;
2.16. $A(19;-2)$, $B(-5;-9)$, $C(-9;-6)$;
2.17. $A(11;-1)$, $B(-5;-13)$, $C(2;11)$;
2.18. $A(20;5)$, $B(-4;12)$, $C(-8;9)$;
2.19. $A(9;6)$, $B(-7;-6)$, $C(0;18)$;
2.20. $A(21;5)$, $B(-3;-2)$, $C(-7;1)$;
2.21. $A(7;7)$, $B(6;5)$, $C(3;5)$;
2.22. $A(8;6)$, $B(10;5)$, $C(5;6)$;
2.23. $A(7;2)$, $B(5;7)$, $C(5;3)$;
2.24. $A(6;6)$, $B(4;9)$, $C(4;6)$;
2.25. $A(1;8)$, $B(5;2)$, $C(5;7)$.

Задача 3. С помощью преобразования поворота прямоугольной декартовой системы координат и переноса начала координат привести к каноническому виду уравнение кривой второго порядка

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a_0=0.$$

Написать формулы преобразования и изобразить данные кривые на чертеже.

3.1. $29x^2+144xy+71y^2-40x+30y-50=0$;
3.2. $40x^2+36xy+25y^2-8x-14y+1=0$;
3.3. $4x^2-4xy+y^2-2x-14y+7=0$;
3.4. $xy+2x+y+5/2=0$;

3.5. $9x^2-24xy+16y^2-20x+110y-50=0$;

3.6. $9x^2+16y^2-24xy+30x-40y-25=0$;

3.7. $\sqrt{3}x^2-\sqrt{3}y^2+2xy-2x-2\sqrt{3}y=0$;

3.8. $9x^2+6y^2+4xy+2x-4y-4=0$;

3.9. $9x^2-6xy+y^2-3\sqrt{10}x-9\sqrt{10}y-90=0$;

3.10. $25x^2+40y^2+36xy-34x-116y+89=0$;

3.11. $16x^2+9y^2-24xy+66x-88y+121=0$;

3.12. $9x^2+4y^2-12xy+39=0$;

3.13. $9x^2-6xy+y^2-\sqrt{10}x-3\sqrt{10}y=0$;

3.14. $23x^2+72xy+2y^2+25=0$;

3.15. $4x^2-4xy+y^2-15=0$;

3.16. $x^2-14xy+49y^2-50=0$;

3.17. $x^2+2\sqrt{3}xy+3y^2-2\sqrt{3}x+2y=0$;

3.18. $5x^2-6xy+5y^2+16=0$;

3.19. $34x^2+24xy+41y^2-25=0$;

3.20. $9x^2+24xy+16y^2-40x+30y=0$;

3.21. $2x^2+12xy-7y^2+20=0$;

3.22. $x^2+2xy+y^2=0$;

3.23. $-17x^2+2\sqrt{35}xy+17y^2=0$;

3.24. $49x^2-14xy+y^2-20\sqrt{2}x-140\sqrt{2}y=0$;

3.25. $3x^2-2\sqrt{3}xy+y^2+4=0$.

Задача 4. Найти точки пересечения кривой второго порядка γ с прямой (a):

4.1. $\gamma: x^2-2xy-3y^2-4x-6y+3=0$,
$a: 5x-y-5=0$.

4.2. $\gamma: x^2-2xy-3y^2-4x-6y+3=0$,
$a: x+2y+2=0$.

4.3. $\gamma: x^2-2xy-3y^2-4x-6y+3=0$,
$a: x+4y-1=0$.

4.4. $\gamma: x^2-2xy-3y^2-4x-6y+3=0,$
$a: x-3y=0.$

4.5. $\gamma: x^2-3xy+5y^2-4x-3y-3=0,$
$a: x-y+4=0.$

4.6. $\gamma: x^2-2xy-3y^2-4x-6y+3=0,$
$a: \begin{cases} x=t, \\ y=5t-5. \end{cases}$

4.7. $\gamma: x^2-2xy-3y^2-4x-6y+3=0,$
$a: \begin{cases} x=3t+6, \\ y=t+2. \end{cases}$

4.8. $\gamma: x^2-2xy+y^2-4x+4=0,$
$a: x+y-2=0.$

4.9. $\gamma: 2x^2+xy-8x-2y+8=0,$
$a: x-2=0.$

4.10. $\gamma: x^2-2xy+y^2-4x+4=0,$
$a: x+y+2=0.$

4.11. $\gamma: 4x^2-5xy+y^2-3x+7=0,$
$a: x-y+3=0.$

4.12. $\gamma: x^2-6xy+9y^2-12x+14y-7=0,$
$a: x-y+2=0.$

4.13. $\gamma: x^2+2xy+5y^2-3x-5=0,$
$a: 2x+y-1=0.$

Через точку A провести касательные к кривой γ.

4.14. $A(-3, 4)$
$\gamma: 2x^2-4xy+y^2-2x+6y-5=0.$

4.15. $A(-2, 1)$
$\gamma: 3x^2+2xy+2y^2+3x-4=0.$

4.16. $A(0, 0)$
$\gamma: 3x^2+7xy+5y^2+4x+5y+1=0.$

4.17. $A(1, 0)$
$\gamma: 3x^2+7xy+5y^2-2x-2y=0.$

4.18. $A(0,0)$

$\gamma: x^2-4xy+4y^2+2x-6y+16=0.$

4.19. $A(1,-1)$

$\gamma: 4x^2+4xy+y^2+8x+6y+3=0.$

4.20. К кривой $x^2-6xy+9y^2-12x+4y+20=0$ провести касательные, параллельные прямой $x-2y+7=0$.

4.21. К кривой $x^2+xy+y^2+2x+3y-3=0$ провести касательные, параллельные оси Ox.

4.22. К кривой $x^2+xy+y^2+2x+3y-3=0$ провести касательные, параллельные прямой $3x+3y-5=0$.

4.23. В точке пересечения кривой $x^2-2y^2-5x+4y+6=0$ с осью Ox провести касательную к этой кривой.

4.24. Написать уравнения касательных к кривой $3x^2+2xy+2y^2+3x-4y=0$ в ее точках, абсциссы которых равны -2.

4.25. В точке пересечения кривой $x^2-2y^2-5x+4y+6=0$ с осью Oy провести касательную к этой кривой.

Задача 5. Для одинаково ориентированных реперов $R(O,\bar{i},\bar{j})$ и $R'(O',\bar{i}',\bar{j}')$ на плоскости написать формулы преобразования репера R в R', если точка O' имеет координаты (x_0, y_0) относительно R, а угол между векторами $\bar{i}$ и $\bar{i}'$ равен α.

Найти координаты точек $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ и уравнение прямой (a) $2x-4y+5=0$ в репере R', если точки M, N и прямая (a) заданы в репере R.

5.1. $O'(1,-4)$, $\alpha=\frac{\pi}{6}$, $M(4,4)$, $N(3,-\sqrt{3})$;

5.2. $O'(-1,-4)$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$, $M(1,-2)$, $N(2,\sqrt{2})$;

5.3. $O'(-2,3)$, $\alpha=\frac{\pi}{3}$, $M(4,-2)$, $N(\sqrt{3},\sqrt{3})$;

5.4. $O'(1,-1)$, $\alpha=\frac{4\pi}{3}$, $M(4,4)$, $N(3,-\sqrt{3})$;

5.5. $O'(2,-4)$, $\alpha=\frac{7\pi}{3}$, $M(-1,2)$, $N(-4,-5\sqrt{3})$;

5.6. $O'(-3,2)$, $\alpha=\frac{5\pi}{4}$, $M(0,10)$, $N(1,2\sqrt{2})$;

5.7. $O'(-4,0)$, $\alpha=\frac{2\pi}{3}$, $M(0,-4)$, $N(\sqrt{3},-2\sqrt{3})$;

5.8. $O'(0,-8)$, $\alpha=\frac{5\pi}{6}$, $M(2,1)$, $N(-\sqrt{3},-2\sqrt{3})$;

5.9. $O'(1,-5)$, $\alpha=\frac{3\pi}{4}$, $M(1,-5)$, $N(\sqrt{2},-4\sqrt{2})$;

5.10. $O'(4,-2)$, $\alpha=\frac{5\pi}{3}$, $M(1,-4)$, $N(\sqrt{3},\sqrt{3}/2)$;

5.11. $O'(1/2;-4/3)$, $\alpha=\frac{11\pi}{6}$, $M(1/2,-4)$, $N(\sqrt{3}/2,\sqrt{3})$;

5.12. $O'(1;-1/5)$, $\alpha=\frac{7\pi}{4}$, $M(1,0)$, $N(\sqrt{2}/2,-\sqrt{2})$;

5.13. $O'(1/2,-4)$, $\alpha=\frac{\pi}{6}$, $M(-1/2,0)$, $N(\sqrt{3}/2,-2\sqrt{3})$;

5.14. $O'(-1,2)$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$, $M(-1/2,-1/2)$, $N(\sqrt{2},-\sqrt{2}/2)$;

5.15. $O'(4,3)$, $\alpha=\frac{\pi}{3}$, $M(-3,-2)$, $N(\sqrt{3}/2,\sqrt{3}/2)$;

5.16. $O'(1/2,-1/2)$, $\alpha=\frac{4\pi}{3}$, $M(-2,1)$, $N(-\sqrt{3}/2,\sqrt{3})$;

5.17. $O'(2,-3)$, $\alpha=\frac{7\pi}{3}$, $M(2,2)$, $N(-4\sqrt{3},\sqrt{3}/2)$;

5.18. $O'(-3,-2)$, $\alpha=\frac{5\pi}{4}$, $M(0,2)$, $N(\sqrt{2},-2\sqrt{2}/3)$;

5.19. $O'(-4,-1)$, $\alpha=\frac{2\pi}{3}$, $M(2,-10)$, $N(\sqrt{3}/2,-\sqrt{3}/2)$;

5.20. $O'(0,-2)$, $\alpha=\frac{5\pi}{6}$, $M(2,-1)$, $N(-\sqrt{3}/2,2\sqrt{3})$;

5.21. $O'(1,-4)$, $\alpha=\frac{3\pi}{4}$, $M(4,-8)$, $N(\sqrt{2},-\sqrt{2})$;

5.22. $O'(4,-2)$, $\alpha=\frac{5\pi}{3}$, $M(2,1)$, $N(\sqrt{3}/3,-\sqrt{3})$;

5.23. $O'(1/3, 2)$, $\alpha = \frac{11\pi}{6}$, $M(2, 1)$, $N(-\sqrt{3}/3, \sqrt{3})$;

5.24. $O'(1, -1/5)$, $\alpha = \frac{7\pi}{4}$, $M(2, 0)$, $N(-\sqrt{2}/3, \sqrt{2})$;

5.25. $O'(4, -2)$, $\alpha = \frac{5\pi}{4}$, $M(4, -2)$, $N(\sqrt{2}/2, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$.

Задача 6. Полюс полярной системы координат совпадает с началом декартовых прямоугольных координат, а полярная ось направлена по биссектрисе первого координатного угла. Даны полярные координаты точек $M(\rho_1, \varphi_1)$, $N(\rho_2, \varphi_2)$. Определить декартовы прямоугольные координаты этих точек.

6.1. $M\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$, $N\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$;

6.2. $M\left(5, \frac{\pi}{4}\right)$, $N\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$;

6.3. $M\left(1, \frac{4\pi}{3}\right)$, $N\left(8, \frac{\pi}{12}\right)$;

6.4. $M\left(4, \frac{7\pi}{3}\right)$, $N\left(2, \frac{\pi}{12}\right)$;

6.5. $M\left(2, \frac{5\pi}{4}\right)$, $N\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$;

6.6. $M\left(1, \frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(3, \frac{4\pi}{3}\right)$;

6.7. $M\left(3, \frac{5\pi}{6}\right)$, $N\left(11, \frac{\pi}{12}\right)$;

6.8. $M\left(2, \frac{3\pi}{4}\right)$, $N\left(1, \frac{3\pi}{2}\right)$;

6.9. $M\left(4, \frac{5\pi}{3}\right)$, $N\left(4, \frac{4\pi}{3}\right)$;

6.10. $M\left(1, \frac{11\pi}{6}\right)$, $N(2, \pi)$;

6.11. $M\left(2, \frac{\pi}{12}\right)$, $N\left(3, \frac{7\pi}{3}\right)$;

6.12. $M\left(1, \frac{5\pi}{6}\right)$, $N\left(4, \frac{\pi}{2}\right)$;

6.13. $M\left(4, \frac{4\pi}{3}\right)$, $N\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$;

6.14. $M\left(6, \frac{5\pi}{4}\right)$, $N\left(7, \frac{\pi}{12}\right)$;

6.15. $M\left(2, \frac{3\pi}{2}\right)$, $N\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$;

6.16. $M\left(10, \frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(9, \frac{\pi}{6}\right)$;

6.17. $M\left(7, \frac{5\pi}{6}\right)$, $N\left(1, \frac{\pi}{12}\right)$;

6.18. $M\left(3, \frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(9, \frac{\pi}{2}\right)$;

6.19. $M\left(4, \frac{11\pi}{6}\right)$, $N\left(4, \frac{3\pi}{2}\right)$;

6.20. $M\left(2, \frac{\pi}{12}\right)$, $N\left(3, \frac{2\pi}{3}\right)$;

6.21. $M\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(5, \frac{\pi}{2}\right)$;

6.22. $M\left(7, \frac{\pi}{13}\right)$, $N\left(3, \frac{3\pi}{2}\right)$;

6.23. $M\left(6, \frac{5\pi}{4}\right)$, $N\left(2, \frac{\pi}{12}\right)$;

6.24. $M\left(7, \frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(7, \frac{\pi}{6}\right)$;

6.25. $M\left(1, \frac{5\pi}{3}\right)$, $N\left(2; \frac{\pi}{12}\right)$.

Задача 7. Для векторов $\bar{a}(a_1; a_2; a_3)$, $\bar{b}(b_1; b_2; b_3)$, $\bar{c}(c_1; c_2; c_3)$, заданных в ортонормированном базисе $R(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ найдите:

1) направляющие косинусы вектора $\bar{a}$;
2) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{c}$, имеющих общее начало;
3) объем пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$, имеющих общее начало.

7.1. $\bar{a}(4;5;2)$, $\bar{b}(3;0;1)$, $\bar{c}(-1;4;2)$;

7.2. $\bar{a}(3;-5;2)$, $\bar{b}(4;5;1)$, $\bar{c}(-3;0;-4)$;

7.3. $\bar{a}(-2;3;5)$, $\bar{b}(1;-3;4)$, $\bar{c}(7;8;-1)$;

7.4. $\bar{a}(1;3;5)$, $\bar{b}(0;2;0)$, $\bar{c}(5;7;9)$;

7.5. $\bar{a}(2;4;-6)$, $\bar{b}(1;3;5)$, $\bar{c}(0;-3;7)$;

7.6. $\bar{a}(4;3;-1)$, $\bar{b}(5;0;4)$, $\bar{c}(2;1;2)$;

7.7. $\bar{a}(3;4;-3)$, $\bar{b}(-5;5;0)$, $\bar{c}(2;1;-4)$;

7.8. $\bar{a}(-2;1;7)$, $\bar{b}(3;-3;8)$, $\bar{c}(5;4;-1)$;

7.9. $\bar{a}(1;0;5)$, $\bar{b}(3;2;7)$, $\bar{c}(5;0;9)$;

7.10. $\bar{a}(2;1;0)$, $\bar{b}(4;3;-3)$, $\bar{c}(-6;5;7)$;

7.11. $\bar{a}(1;2;3)$, $\bar{b}(-1;3;2)$, $\bar{c}(7;-3;5)$;

7.12. $\bar{a}(4;7;8)$, $\bar{b}(9;1;3)$, $\bar{c}(2;-4;1)$;

7.13. $\bar{a}(8;2;3)$, $\bar{b}(4;6;10)$, $\bar{c}(3;-2;1)$;

7.14. $\bar{a}(10;3;1)$, $\bar{b}(1;4;2)$, $\bar{c}(3;9;2)$;

7.15. $\bar{a}(2;4;1)$, $\bar{b}(1;3;6)$, $\bar{c}(5;3;1)$;

7.16. $\bar{a}(1;7;3)$, $\bar{b}(3;4;2)$, $\bar{c}(4;8;5)$;

7.17. $\bar{a}(1;-2;3)$, $\bar{b}(4;7;2)$, $\bar{c}(6;4;2)$;

7.18. $\bar{a}(1;4;3)$, $\bar{b}(6;8;5)$, $\bar{c}(3;1;4)$;

7.19. $\bar{a}(2;7;3)$, $\bar{b}(3;1;8)$, $\bar{c}(2;-7;4)$;

7.20. $\bar{a}(7;2;1)$, $\bar{b}(4;3;5)$, $\bar{c}(3;4;-2)$;

7.21. $\bar{a}(4;0;0)$, $\bar{b}(-2;1;2)$, $\bar{c}(1;3;2)$;

7.22. $\bar{a}(-2;1;2)$, $\bar{b}(4;0;0)$, $\bar{c}(3;2;7)$;

7.23. $\bar{a}(1;3;2)$, $\bar{b}(3;2;7)$, $\bar{c}(4;0;0)$;

7.24. $\bar{a}(3;2;7)$, $\bar{b}(1;3;2)$, $\bar{c}(-2;1;2)$;

7.25. $\bar{a}(3;1;-2)$, $\bar{b}(1;-2;1)$, $\bar{c}(-2;1;0)$.

Задача 8.

8.1. Найти расстояние между двумя прямыми

$$\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = -t + 4, \\ z = -2t - 1 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 4t - 5, \\ y = -3t + 5, \\ z = -5t + 5. \end{cases}$$

8.2. Привести к каноническому виду уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

8.3. Составить каноническое уравнение прямой, образованной пересечением плоскости $x - y + z = 0$ с плоскостью, проходящей через три точки $A(2;0;3)$, $B(1;1;1)$, $C(2;4;-3)$.

8.4. Написать параметрические уравнения прямой $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0, \\ x - y + 1 = 0. \end{cases}$

8.5. Через точку $M(1;-3;4)$ провести прямую, параллельную прямой

$$\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0, \\ x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

8.6. Даны вершины треугольника $A(1;-2;-4)$, $B(3;1;-3)$, $C(5;1;-7)$. Составить параметрические уравнения высоты, опущенной из вершины B на противоположную сторону.

8.7. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки В на прямую

$$\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 4t - 2, \\ z = 5t + 3. \end{cases}$$

8.8. Даны вершины треугольника $A(3;6;-7)$, $B(-5;2;3)$, $C(4;-7;-2)$. Составить параметрические уравнения его медианы, проведенной из вершины C.

8.9. Написать канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(4;\ 0;\ -1)$ и пересекающей две данные прямые

$$\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 4t - 3, \\ z = 3t + 5 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 5t, \\ y = -t + 2, \\ z = 2t - 1. \end{cases}$$

8.10. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(2;\ 3;-5)$ и пересекающей две данные прямые $\begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0, \\ x + 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$

8.11. Найти острый угол между прямыми

$$\begin{cases} x - y + z - 4 = 0, \\ 2x + y - 2z + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x + y + z - 4 = 0, \\ 2x + 3y - z - 6 = 0. \end{cases}$$

8.12. Найти расстояние между параллельными прямыми

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}.$$

8.13. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $A(-4;\ 3;\ 0)$ и параллельной прямой $\begin{cases} x - 2y + z = 4, \\ 2x + y - z = 0. \end{cases}$

8.14. Найти угол между прямой $\begin{cases} x = 2z - 1, \\ y = -2z + 1 \end{cases}$ и прямой, проходящей через начало координат и содержащей точку $A(1;\ -1;\ -1)$.

8.15. Даны вершины треугольника $A(2;\ -1;\ -3)$, $B(5;\ 2;\ -7)$, $C(-7;\ 11;\ 6)$. Составить канонические уравнения перпендикуляра, опущенного из точки A на сторону BC.

8.16. Составить уравнения прямой, которая проходит через точку $M_1(-4;\ -5;\ 3)$ и пересекает две прямые

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}, \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}.$$

8.17. Составить параметрические уравнения общего перпендикуляра двух прямых, заданных уравнениями

$$\begin{cases} x = 3t - 7, \\ y = -2t + 4, \\ z = 3t + 4 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = t + 1, \\ y = 2t - 8, \\ z = -t - 12. \end{cases}$$

8.18. Даны вершины параллелограмма $ABCD$: $C(-2;\ 3;\ -5)$ и $D(0;\ 4;\ -7)$ и точка пересечения диагоналей $M(1;\ 2;\ -3{,}5)$. Найти канонические уравнения стороны AB.

8.19. Найти канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(1;-3;5)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} 3x-y+2z-7=0, \\ x+3y-2z+3=0. \end{cases}$$

8.20. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $A(2;3;1)$ на прямую $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{3}$.

8.21. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми

$$\frac{x-2}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{-1} \quad \text{и} \quad \frac{x+4}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+2}{-3}.$$

8.22. Найти угол между прямыми

$$\begin{cases} 3x-4y-2z=0, \\ 2x+y-2z=0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 4x+y-6z-2=0, \\ y-3z+2=0. \end{cases}$$

8.23. Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(1;2;-1)$ параллельно линии пересечения плоскостей $3x+2y-2z+1=0$ и $x+y+z=0$.

8.24. Привести к каноническому виду уравнения прямой $\begin{cases} x-2y+3z+1=0, \\ 2x+y-4z-8=0. \end{cases}$

8.25. Найти расстояние между параллельными прямыми

$$\begin{cases} x+z-1=0, \\ y+2z=0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x+z-1=0, \\ y+2z-1=0. \end{cases}$$

Задача 9.

9.1. Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку A_4 перпендикулярно плоскости, проходящей через точку A_1, A_2, A_3, если $A_1(0;0;2)$, $A_2(3;0;5)$, $A_3(1;1;0)$, $A_4(4;1;2)$.

9.2. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3;4;0)$ и содержащей прямую $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{3}$.

9.3. Определить острый угол между прямой $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$ и плоскостью $4x+2y+2z-5=0$.

9.4. Написать уравнение проекции прямой $\frac{x}{2}=\frac{y+12}{3}=\frac{z-4}{6}$ на плоскость $6x+15y-10z=0$.

9.5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3;0;2)$ и прямую $\begin{cases} 2x-y-3z=-1, \\ x+5y+z=0. \end{cases}$

9.6. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-2}{5}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{2}$ на плоскость $x+4y-3z+7=0$.

9.7. Через точку $A(2;0;1)$ провести прямую, параллельную плоскости $2x+3y+5z=0$ и пересекающую прямую $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

9.8. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{3}$ параллельно прямой $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-2}{-5}$.

9.9. Найти точку A', симметричную точке $A(5;10;4)$ относительно прямой

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{5}.$$

9.10. Найти угол между прямой, проходящей через точки $A(-1;0;-5)$ и $B(1;2;0)$ и плоскостью $x-3y+z+5=0$.

9.11. Найти проекцию точки $A(1;2;1)$ на прямую $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

9.12. Провести плоскость через пару параллельных прямых

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z}{1}.$$

9.13. Вычислить расстояние от точки $P(2;3;-1)$ до прямой $\begin{cases} x=t+1, \\ y=t+2, \\ z=4t+13. \end{cases}$

9.14. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1;-2;1)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x-2y+z-3=0, \\ x+y-z+2=0. \end{cases}$

9.15. Найти точку A', симметричную точке $A(3;-1;4)$ относительно прямой

$$\begin{cases} 2x-2y+z-3=0, \\ 2x+y-2z+3=0. \end{cases}$$

9.16. Найти проекцию точки $C(3;-4;-2)$ на плоскость, проходящую через две параллельные прямые

$$\frac{x-5}{13}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+3}{-1}, \qquad \frac{x-2}{13}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{-4}.$$

9.17. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2;-3;4)$ параллельно прямым $\begin{cases} x=t, \\ y=2t+1, \\ z=8t+3 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=4t-1, \\ y=1, \\ z=2t-5. \end{cases}$

9.18. Построить плоскость $x+y-z=0$ и прямую, проходящую через точку $M_1(0;0;4)$ и $M_2(2;2;0)$. Найти точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.

9.19. Найти угол прямой $y=3x-1$, $2z=-3x+2$ с плоскостью $2x+y+z-4=0$.

9.20. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M_0(2;1;0)$ на прямую $x=3z-1$, $y=2z$.

9.21. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x=-z+1, \\ y=2 \end{cases}$ с плоскостью $y=z$ и вычислить острый угол между ними.

9.22. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{2}$ и перпендикулярной плоскости $2x+3y-z=4$.

9.23. Написать уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые

$$\frac{x-3}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}.$$

9.24. Найти расстояние от точки $P(7;9;7)$ до прямой $x=4t+2$, $y=3t+1$, $z=2t$.

9.25. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-3;4)$ и перпендикулярной к прямой $\begin{cases} 2x-y+3z-1=0, \\ x+y-z+5=0. \end{cases}$

Задача 10.

10.1. Составьте уравнение плоскостей, отстоящих от плоскости $2x-3y+z-5=0$ на 3.

10.2. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;4;6)$ перпендикулярно вектору $\overline{AB}$, где $B(1;3;4)$.

10.3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3;2;-2)$ параллельно векторам $\bar{a}(3;-1;1)$ и $\bar{b}(-1;-2;1)$.

10.4. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-1;4)$ и $B(2;3;-1)$ параллельно вектору $\bar{a}(3;0;4)$.

10.5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;3;0)$ параллельно плоскости $x-2y+3z+2=0$.

10.6. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-2;1;-1)$ перпендикулярно к двум плоскостям $x-2y+z-1=0$ и $x+y=0$.

10.7. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;1;2)$ и $B(2;1;1)$ перпендикулярно плоскости $2x-3y-z+5=0$.

10.8. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3;-1;2)$ параллельно плоскости xOy.

10.9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(4;2;-2)$ и ось Ox.

10.10. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;1;3)$ и $B(2;4;6)$ параллельно оси Ox.

10.11. Составьте уравнение плоскости, если точка $A(3;-1;2)$ является основанием перпендикуляра, опущенного из точки $B(1;2;-1)$ на эту плоскость.

10.12. Составьте уравнения плоскостей равноудаленных от плоскостей $2x-12y+5z-1=0$ и $3x+5y-4z+3=0$.

10.13. Составьте уравнения плоскостей, делящих пополам двугранный угол, образованный плоскостями $2x-2y-4z-3=0$ и $5x-y-2z-3=0$.

10.14. Составьте уравнения плоскостей, отстоящих от плоскости $3x-3y+z+4=0$ на 5.

10.15. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(0;-2;3)$ и ось Oy.

10.16. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(4;-2;3)$ параллельно плоскости xOz.

10.17. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1;1;2)$ перпендикулярно к двум плоскостям $x-y+2z-4=0$ и $x+3y-3z+4=0$.

10.18. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-1;2)$ и $B(4;1;0)$ параллельно оси Oy.

10.19. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;2;0)$ и $B(-1;-1;2)$ перпендикулярно плоскости $x-2y-z-4=0$.

10.20. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;-3;3)$ и ось Oz.

10.21. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(4;-1;2)$ параллельно плоскости xOy.

10.22. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-1;9)$ и $B(2;5;-1)$ параллельно оси Oz.

10.23. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-3;3;7)$ перпендикулярно оси Ox.

10.24. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(6;-2;4)$ перпендикулярно оси Oy.

10.25. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-5;2;3)$ перпендикулярно оси Oz.

Задача 11. В пирамиде с вершинами $A_1(x_1,y_1,z_1)$, $A_2(x_2,y_2,z_2)$, $A_3(x_3,y_3,z_3)$, $A_4(x_4,y_4,z_1)$ найдите:

1) уравнение грани $A_1A_2A_3$;
2) уравнение плоскости, проходящей через высоту пирамиды, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, и вершину A_1 пирамиды;
3) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4;
4) точку, симметричную вершине A_4, относительно грани $A_1A_2A_3$.

11.1. $A_1(4;0;0)$, $A_2(-2;1;2)$, $A_3(1;3;2)$, $A_4(3;2;7)$;
11.2. $A_1(-2;1;2)$, $A_2(4;0;0)$, $A_3(3;2;7)$, $A_4(1;3;2)$;
11.3. $A_1(1;3;2)$, $A_2(3;2;7)$, $A_3(4;0;0)$, $A_4(-2;1;2)$;
11.4. $A_1(3;2;7)$, $A_2(1;3;2)$, $A_3(-2;1;2)$, $A_4(4;0;0)$;
11.5. $A_1(3;1;-2)$, $A_2(1;-2;1)$, $A_3(-2;1;0)$, $A_4(2;2;5)$;
11.6. $A_1(1;-2;1)$, $A_2(3;-2;1)$, $A_3(-2;1;0)$, $A_4(2;2;5)$;
11.7. $A_1(-2;1;0)$, $A_2(2;2;5)$, $A_3(3;1;2)$, $A_4(1;-2;1)$;
11.8. $A_1(2;2;5)$, $A_2(-2;1;0)$, $A_3(1;-2;1)$, $A_4(3;1;2)$;
11.9. $A_1(1;-1;6)$, $A_2(4;5;-2)$, $A_3(-1;3;0)$, $A_4(6;1;5)$;
11.10. $A_1(6;1;5)$, $A_2(-1;3;0)$, $A_3(4;5;-2)$, $A_4(1;-1;6)$;
11.11. $A_1(4;2;5)$, $A_2(0;7;2)$, $A_3(0;2;7)$, $A_4(1;5;0)$;
11.12. $A_1(4;4;10)$, $A_2(4;10;2)$, $A_3(2;8;4)$, $A_4(9;6;9)$;
11.13. $A_1(4;6;5)$, $A_2(6;9;4)$, $A_3(2;10;10)$, $A_4(7;5;9)$;

11.14. $A_1(3;5;4)$, $A_2(8;7;4)$, $A_3(5;10;4)$, $A_4(4;7;8)$;
11.15. $A_1(10;6;6)$, $A_2(-2;8;2)$, $A_3(6;8;9)$, $A_4(7;10;3)$;
11.16. $A_1(1;8;2)$, $A_2(5;2;6)$, $A_3(5;7;4)$, $A_4(4;10;9)$;
11.17. $A_1(6;6;5)$, $A_2(4;9;5)$, $A_3(4;6;11)$, $A_4(6;9;3)$;
11.18. $A_1(7;2;2)$, $A_2(5;7;7)$, $A_3(5;3;1)$, $A_4(2;3;7)$;
11.19. $A_1(8;6;4)$, $A_2(10;5;5)$, $A_3(5;6;8)$, $A_4(8;10;7)$;
11.20. $A_1(7;7;3)$, $A_2(6;5;8)$, $A_3(3;5;8)$, $A_4(8;4;1)$;
11.21. $A_1(3;1;4)$, $A_2(-1;6;1)$, $A_3(-1;1;6)$, $A_4(0;4;-1)$;
11.22. $A_1(3;3;9)$, $A_2(6;9;1)$, $A_3(1;7;3)$, $A_4(8;5;8)$;
11.23. $A_1(3;5;4)$, $A_2(5;8;5)$, $A_3(1;8;7)$, $A_4(6;5;9)$;
11.24. $A_1(2;3;1)$, $A_2(7;6;2)$, $A_3(4;3;2)$, $A_4(3;6;7)$;
11.25. $A_1(9;5;5)$, $A_2(-3;5;2)$, $A_3(5;6;6)$, $A_4(6;9;5)$.

Задача 12. Найти точки пересечения поверхности и прямой.

12.1. $9-z^2=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}$, $\begin{cases}2x+y-10=0,\\2x+3y+3z-12=0.\end{cases}$

12.2. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases}5x+4y-2z-4=0,\\4x+4y-z-2=0.\end{cases}$

12.3. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=z$, $\begin{cases}2x+4y+z-7=0,\\y+z-1=0.\end{cases}$

12.4. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases}4x+2y+z-2=0,\\2x+2y-z+2=0.\end{cases}$

12.5. $\dfrac{x^2}{4}+y^2-\dfrac{z^2}{9}=-1$, $\begin{cases}2x-5y+z-7=0,\\x-y-2=0.\end{cases}$

12.6. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}-z^2=1$, $\begin{cases}y+3=0,\\x+y-4z+3=0.\end{cases}$

12.7. $9-z^2=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}$, $\begin{cases}2x-y-3z-8=0,\\4x+4y+3z-22=0.\end{cases}$

12.8. $4z=x^2-4y^2$, $\begin{cases}2y+z-5=0,\\x+z-7=0.\end{cases}$

12.9. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=z$, $\begin{cases}2x+2y-z-5=0,\\4x+7y+z-13=0.\end{cases}$

12.10. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases} x-z-2=0, \\ 7x+8y-z-2=0. \end{cases}$

12.11. $\frac{x^2}{4}+y^2-\frac{z^2}{9}=-1$, $\begin{cases} 3y-z+3=0, \\ x+2y-z+1=0. \end{cases}$

12.12. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}+\frac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases} x-2y+4z-8=0, \\ x+z-2=0. \end{cases}$

12.13. $9-z^2=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}$, $\begin{cases} 6x+5y+3z-32=0, \\ 2y+3z-2=0. \end{cases}$

12.14. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=z$, $\begin{cases} 4x+3y-3z-3=0, \\ 2x-3y-6z=0. \end{cases}$

12.15. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-z^2=1$, $\begin{cases} 3x+2y-12z+6=0, \\ x-4z=0. \end{cases}$

12.16. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases} 3x+4y=0, \\ 9x+8y-3z-6=0. \end{cases}$

12.17. $\frac{x^2}{4}+y^2-\frac{z^2}{9}=-1$, $\begin{cases} x+2y-z+1=0, \\ 2x-5y+z-7=0. \end{cases}$

12.18. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}+\frac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases} 3x+2y=0, \\ 2x+2y-z+2=0. \end{cases}$

12.19. $9-z^2=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}$, $\begin{cases} 4x+4y+3z-22=0, \\ 2x+y-10=0. \end{cases}$

12.20. $x^2-4y^2=4z$, $\begin{cases} 2x-2y+z-9=0, \\ x-2y-2=0. \end{cases}$

12.21. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=z$, $\begin{cases} 2x-3y-6z=0, \\ 2x+2y-z-5=0. \end{cases}$

12.22. $\frac{x^2}{4}+y^2-\frac{z^2}{9}=-1$, $\begin{cases} x-y-2=0, \\ 3x-z+1=0. \end{cases}$

12.23. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases} 6x+4y-3z-6=0, \\ 2x-y-3z-8=0. \end{cases}$

12.24. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-z^2=1$, $\begin{cases} 2x-y-8z-3=0, \\ x+2y-4z+6=0. \end{cases}$

12.25. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}+\frac{z^2}{4}=1$, $\begin{cases} x+z-2=0, \\ 4x+2y+z-2=0. \end{cases}$

Типовой расчет №2 по геометрии
КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ, КВАДРИКИ. ЭЛЕМЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Задача 1. Привести квадратичные формы к нормальному виду и найти формулы соответствующего линейного преобразования.

1.1. *а)* $x_1x_2 - x_2x_3 + x_1x_4$;
б) $x_1^2 - 2x_1x_3 - 2x_2^2 - 2x_2x_4 + x_4^2$.

1.2. *а)* $x_1x_2 - 4x_2x_3 + x_1x_4$;
б) $x_1^2 - x_3^2 + 2x_4^2 - 2x_1x_2 - 2x_3x_4$.

1.3. *а)* $2x_1x_3 - x_2x_3 + 2x_1x_4$;
б) $x_1^2 - x_2^2 + 2x_4^2 - 2x_1x_2 - 4x_2x_3$.

1.4. *а)* $x_1x_2 - 2x_1x_3 + x_2x_4$;
б) $x_2^2 - x_3^2 - 4x_4^2 - 2x_2x_1 - 2x_3x_4$.

1.5. *а)* $x_1x_4 - x_2x_4 - 2x_2x_3$;
б) $x_1^2 - x_3^2 + x_4^2 - 3x_1x_3 - 2x_3x_4 - 2x_2x_3$.

1.6. *а)* $-2x_1x_2 - x_3x_4 - 2x_1x_3$;
б) $x_2^2 - 2x_3^2 + x_4^2 - 2x_1x_2 - 2x_3x_4 - 2x_2x_3$.

1.7. *а)* $x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_4$;
б) $x_1^2 - x_3^2 - 2x_4^2 - 2x_1x_2 - 3x_1x_4 - x_2x_3$.

1.8. *а)* $-x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_3x_4$;
б) $-x_2^2 + 2x_3^2 + x_4^2 - 3x_1x_2 - 2x_1x_4 + x_2x_3$.

1.9. *а)* $2x_1x_2 - x_2x_3 - 3x_3x_4$;
б) $-x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_1x_2 + 2x_3x_4 - x_2x_3$.

1.10. *а)* $x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_3x_4$;
б) $x_2^2 + x_3^2 + 3x_4^2 - 2x_1x_2 - x_3x_4 - x_2x_3$.

1.11. *а)* $2x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_3x_4$;
б) $-x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 3x_1x_2 - 4x_2x_3 - x_1x_4$.

1.12. *а)* $2x_1x_2 - x_2x_3 + 3x_3x_4$;
б) $-2x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 3x_1x_4 - 2x_2x_3 - x_3x_4$.

1.13. *а)* $-2x_1x_2 - x_2x_3 + x_3x_4$;
б) $2x_1^2 - 2x_2^2 - x_4^2 - 2x_1x_4 + 2x_3x_4 + x_2x_3$.

1.14. а) $x_1x_2 - x_3x_4 - 2x_2x_3$;
б) $x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_4 - x_3x_4$.

1.15. а) $2x_1x_3 - x_2x_3 - 2x_2x_4$;
б) $x_1^2 - 2x_4^2 - x_1x_2 - 2x_2x_3 - x_3x_4$.

1.16. а) $x_1x_4 - x_2x_3 - 2x_3x_4$;
б) $x_1^2 - 2x_3^2 + x_1x_2 - x_3x_4 - 2x_1x_4$.

1.17. а) $x_1x_4 - 2x_2x_3 - 2x_1x_4$;
б) $x_2^2 - 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - x_3x_4$.

1.18. а) $2x_1x_3 - x_2x_3 - 2x_1x_4$;
б) $-x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_3 - 2x_1x_4 - x_2x_3$.

1.19. а) $2x_1x_2 - x_1x_3 - 3x_2x_4$;
б) $-3x_1^2 - x_2^2 - x_4^2 - 2x_1x_4 - 2x_2x_3 + x_3x_4$.

1.20. а) $-x_1x_2 - 2x_2x_3 - 4x_3x_4$;
б) $3x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_4 - 2x_2x_3 - x_3x_4$.

1.21. а) $x_1x_3 - 4x_2x_3 + x_2x_4$;
б) $x_1^2 + 3x_2^2 - x_4^2 - 2x_2x_3 - 4x_3x_4 - x_1x_4$.

1.22. а) $2x_1x_2 - x_1x_3 + 2x_2x_4$;
б) $x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - 2x_2x_3 - x_3x_4 - 2x_1x_4$.

1.23. а) $-x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_4$;
б) $-2x_1^2 - x_2^2 + x_4^2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_4 + x_3x_4$.

1.24. а) $-2x_1x_2 - x_1x_3 + 2x_3x_4$;
б) $x_1^2 - x_2^2 + 4x_3^2 - x_1x_4 - 2x_2x_4 - x_1x_2$.

1.25. а) $2x_1x_3 - x_2x_4 - 2x_3x_4$;
б) $x_1^2 - x_3^2 + 4x_1x_4 - 4x_1x_3 + x_3x_4$.

Задача 2. Привести к каноническому виду уравнение квадрики, установить вид квадрики. Написать формулы перехода к новой системе координат, найти координаты новых координатных векторов и нового начала относительно старой системы координат в двумерном аффинном пространстве A_2:

2.1. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 - 4x_1 - 4x_2 - 12 = 0$;

2.2. $4x_1x_2 - x_2^2 - 8x_1 + 8x_2 - 8 = 0$;

2.3. $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1 - 5 = 0$;

2.4. $4x_1x_2 - 3x_2^2 + 12x_2 - 12 = 0$;

2.5. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 - 2 = 0$;

2.6. $-x_1^2 + 6x_1x_2 + 7x_2^2 + 12x_1 + 28x_2 + 28 = 0$;

2.7. $x_1^2 - 2x_1x_2 + 5x_2^2 - 4x_1 + 12x_2 + 8 = 0$;

2.8. $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 6x_1 - 10x_2 + 25 = 0$;

2.9. $x_1^2 + 6x_1x_2 + 5x_2^2 + 6x_1 + 2x_2 - 7 = 0$;

2.10. $2x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 - 4x_1 - 2x_2 - 16 = 0$;

2.11. $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 8x_1 - 8 = 0$;

2.12. $3x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_2 + 36 = 0$;

2.13. $4x_1x_2 - 12x_1 - 4x_2 + 11 = 0$;

2.14. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 8x_1 + 24x_2 + 8 = 0$;

2.15. $3x_1^2 + 10x_1x_2 + 3x_2^2 + 2x_1 + 14x_2 - 53 = 0$;

2.16. $8x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2 + 6x_2 = 0$;

2.17. $x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 4x_1 - 2x_2 + 6 = 0$;

2.18. $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 6x_1 - 14x_2 + 25 = 0$;

2.19. $5x_1^2 + 8x_1x_2 + 5x_2^2 - 18x_1 - 18x_2 + 9 = 0$;

2.20. $x_1^2 + 6x_1x_2 + x_2^2 + 6x_1 + 2x_2 - 1 = 0$;

2.21. $9x_1^2 - 6x_1x_2 + x_2^2 - 12x_1 + 4x_2 + 3 = 0$;

2.22. $3x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2 - 4x_1 + 1 = 0$;

2.23. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 - 6x_1 - 8x_2 + 5 = 0$;

2.24. $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 - 3 = 0$;

2.25. $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + 8x_1 + 4x_2 - 8 = 0$.

Задача 3. Привести к каноническому виду уравнение квадрики, установить вид квадрики. Написать формулы перехода к новой системе координат, найти координаты новых координатных векторов и нового начала относительно старой системы координат в трехмерном аффинном пространстве A_3:

3.1. $x_1^2 - 5x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_2x_3 + 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 - 3 = 0$;

3.2. $x_1^2 + x_2^2 + 8x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 - 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 5 = 0$;

3.3. $x_1^2 + 4x_2x_3 - 2x_1 + 8x_2 + 5 = 0$;

3.4. $x_1^2+2x_2^2+2x_3^2-2x_1x_2-2x_1x_3-2x_1+8x_3-6=0$;

3.5. $x_1^2+4x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+2x_1x_3-4x_2x_3+2x_1-4x_2+2x_3+1=0$;

3.6. $x_1^2+x_2^2+3x_3^2-2x_1x_2-6x_1x_3+4x_2x_3+2x_1+2x_2+4x_3-14=0$;

3.7. $x_2^2+2x_1x_2+6x_1x_3+2x_2x_3-4x_1-2x_2=0$;

3.8. $4x_1^2+2x_2^2+5x_3^2-4x_1x_2+4x_2x_3-8x_1+8x_2+4x_3+8=0$;

3.9. $x_1^2-x_2^2+5x_3^2+6x_1x_3+4x_2x_3+2x_1+4x_2-5=0$;

3.10. $x_1^2+x_2^2+4x_1x_3-4x_2=0$;

3.11. $-x_1^2+4x_3^2+2x_1x_2+4x_2x_3-4x_1+2x_2-4x_3-3=0$;

3.12. $4x_1^2-x_2^2-5x_3^2-4x_2x_3+8x_1-8x_2-10x_3-17=0$;

3.13. $x_1^2+8x_2^2+5x_3^2-4x_1x_2-2x_1x_3+12x_2x_3-4x_1-4x_2-8x_3+13=0$;

3.14. $x_1^2+3x_3^2+4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3-4x_1-4x_2+2x_3-1=0$;

3.15. $x_1^2+4x_2^2+9x_3^2-4x_1x_2-6x_1x_3+12x_2x_3-4x_1+8x_2+12x_3-5=0$;

3.16. $x_1x_2+2x_1+4x_2-6x_3+2=0$;

3.17. $x_1^2-3x_3^2-2x_1x_3-6x_2x_3+2x_1+4x_3+1=0$;

3.18. $2x_1^2+x_2^2+2x_3^2-2x_1x_2-2x_2x_3+4x_1-2x_2=0$;

3.19. $4x_1^2+6x_2^2+5x_3^2+4x_1x_3-8x_2-4x_3+3=0$;

3.20. $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3-4x_2+2x_3=0$;

3.21. $x_1^2+11x_3^2-2x_1x_2+4x_1x_3-6x_2x_3+4x_2-12x_3-12=0$;

3.22. $6x_1^2-2x_2^2+6x_3^2+4x_1x_3+8x_1-4x_2-8x_3+1=0$;

3.23. $x_1^2+x_2^2+5x_3^2-6x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3-4x_1+8x_2-12x_3-14=0$;

3.24. $2x_1^2+5x_2^2+2x_3^2-2x_1x_2-4x_1x_3+2x_2x_3+2x_1-10x_2-2x_3-1=0$;

3.25. $2x_1^2-3x_3^2+4x_1x_2+2x_2x_3-5x_1x_2-8x_1-12x_2+17x_3+6=0$.

Задача 4. Привести к каноническому виду уравнение квадрики евклидового пространства E_2 с помощью перехода к новой прямоугольной декартовой системе координат. Установить вид квадрики, а также расположение квадрики в новой системе координат относительно исходной прямоугольной декартовой системы координат.

4.1. $6x^2+24xy-y^2+4x-5y+1=0$;

4.2. $3x^2-6xy+3y^2-2x+4y-1=0$;

4.3. $x^2+2xy+y^2-4x+5y-1=0$;

4.4. $x^2-2xy+y^2+2x-2y-3=0$;

4.5. $5x^2-4xy+2y^2+2x+4y-7=0$;

4.6. $x^2-6xy+y^2+6x-2y+1=0$;

4.7. $x^2-8xy+7y^2+6x-6y+9=0$;

4.8. $3x^2-10xy+3y^2+2x-14y-13=0$;

4.9. $4x^2+4xy+y^2-30x+10y+75=0$;

4.10. $x^2+2xy+y^2+4x+4y-28=0$;

4.11. $5x^2+8xy+5y^2+4x-4y-4=0$;

4.12. $5x^2+8xy+5y^2-18x-18y+9=0$;

4.13. $x^2+4xy-2y^2-12=0$;

4.14. $5x^2-8xy+5y^2-20x+16y+11=0$;

4.15. $3x^2+4xy+2x-4y-9=0$;

4.16. $x^2-6xy+9y^2+10x+70y=0$;

4.17. $4x^2+4xy+y^2-20x-10y+5=0$;

4.18. $3x^2-10xy+3y^2+4x-16y-4=0$;

4.19. $5x^2-4xy+2y^2+4x-4y+6=0$;

4.20. $x^2+4xy-2y^2+2x-y+12=0$;

4.21. $x^2-6xy+9y^2+x-7y+2=0$;

4.22. $6x^2+24xy-y^2+2x-8y+1=0$;

4.23. $3x^2-6xy+3y^2-4x-8y+4=0$;

4.24. $x^2-2xy+y^2+4x-4y+4=0$;

4.25. $3x^2-10xy+3y^2+6x-8y+4=0$.

Задача 5. Дана вектор-функция одного скалярного аргумента $\bar{r}=\bar{r}(t)$. Вычислить $[\bar{r}'(t)\,\bar{r}''(t)]$, $(\bar{r}'(t)\,\bar{r}''(t)\,\bar{r}'''(t))$ в произвольной точке и в точке $t=t_0$.

5.1. $\bar{r}(t)=\left(\frac{1}{2}t^2-t\right)\bar{i}+\left(\frac{2}{3}t^3-t\right)\bar{j}+\left(\frac{1}{2}t^4-t^2\right)\bar{k}$, $\quad t_0=1$;

5.2. $\bar{r}(t)=\left(\frac{1}{2}t^2-4\right)\bar{i}+e^t\,\bar{j}-2e^{-t}\,\bar{k}$, $\quad t_0=0$;

5.3. $\bar{r}(t)=t^2\,\bar{i}-e^t\,\bar{j}+2te^t\,\bar{k}$, $\quad t_0=0$;

5.4. $\bar{r}(t)=2t\,\bar{i}+\sin t\,\bar{j}+\cos t\,\bar{k}$, $\quad t_0=\frac{\pi}{4}$;

5.5. $\bar{r}(t) = t\sin t\,\bar{i} - \cos t\,\bar{j} + (2t^2 - t)\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.6. $\bar{r}(t) = t\cos t\,\bar{i} - \sin t\,\bar{j} + t^3\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{3};$

5.7. $\bar{r}(t) = t\cos t\,\bar{i} - \sin 2t\,\bar{j} - t^2\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.8. $\bar{r}(t) = e^t\,\bar{i} - e^{-t}\,\bar{j} + t\sqrt{2}\,\bar{k}, \qquad t_0 = 1;$

5.9. $\bar{r}(t) = 10e^t\,\bar{i} - 10e^{-10t}\,\bar{j} + (t^2 - 1)\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0;$

5.10. $\bar{r}(t) = \sin 2t\,\bar{i} - \cos 2t\,\bar{j} + (2t^3 - t)\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.11. $\bar{r}(t) = \left(\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4\right)\bar{i} + \frac{1}{2}t^2\,\bar{j} - 2t^4\,\bar{k}, \qquad t_0 = 1;$

5.12. $\bar{r}(t) = (2t - 4)\,\bar{i} + \sin t\,\bar{j} - t\cos t\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.13. $\bar{r}(t) = e^{2t}\,\bar{i} + e^{-2t}\,\bar{j} + (2t^2 - 1)\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0;$

5.14. $\bar{r}(t) = 2e^{-t}\,\bar{i} + e^{t/2}\,\bar{j} - (2t^2 + t)\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0;$

5.15. $\bar{r}(t) = t\cos t\,\bar{i} + \sin t\,\bar{j} + (2t^2 - t)\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.16. $\bar{r}(t) = te^t\,\bar{i} - (2t^2 - 4t)\,\bar{j} + e^{-t}\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0;$

5.17. $\bar{r}(t) = 2t\cos t\,\bar{i} + \sin 4t\,\bar{j} - 2t^2\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.18. $\bar{r}(t) = \left(\frac{1}{4}t^4 - t^3 + 5\right)\bar{i} + \left(\frac{1}{3}t^3 - t^2\right)\bar{j} + t^2\,\bar{k}, \qquad t_0 = 1;$

5.19. $\bar{r}(t) = \left(\frac{1}{4}t^4 - t^3 + t - 1\right)\bar{i} + \left(\frac{1}{3}t^3 - t\right)\bar{j} + t^3\,\bar{k}, \qquad t_0 = 1;$

5.20. $\bar{r}(t) = t\sin t\,\bar{i} + \cos t\,\bar{j} + t^3\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{4};$

5.21. $\bar{r}(t) = t^2\,\bar{i} + e^{t/2}\,\bar{j} + e^{-t}\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0;$

5.22. $\bar{r}(t) = \sin t\,\bar{i} + e^t\cos t\,\bar{j} + e^t\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0;$

5.23. $\bar{r}(t) = 2\cos t\,\bar{i} + 2\sin t\,\bar{j} + 3t^2\,\bar{k}, \qquad t_0 = \frac{\pi}{3};$

5.24. $\bar{r}(t) = (3t - t^3)\,\bar{i} + 3t^2\,\bar{j} + (3t + t^3)\,\bar{k}, \qquad t_0 = 1;$

5.25. $\bar{r}(t) = e^t\cos t\,\bar{i} + \sin t\,\bar{j} - e^t\,\bar{k}, \qquad t_0 = 0.$

Задача 6. Дана вектор-функция двух скалярных аргументов $\bar{r} = \bar{r}(u,v)$. Вычислить $[\bar{r}_u\ \bar{r}_v]$, $(\bar{r}_u\ \bar{r}_v\ \bar{r}_{uu})$, $(\bar{r}_u\ \bar{r}_v\ \bar{r}_{uv})$.

6.1. $\bar{r}(u,v) = u^2v\,\bar{i} - v^2u\,\bar{j} + (2u-3v)\,\bar{k}$;

6.2. $\bar{r}(u,v) = 2u^2v\,\bar{i} - 2v^2u\,\bar{j} + (3u-v)\,\bar{k}$;

6.3. $\bar{r}(u,v) = (4u^2-5v^2)\,\bar{i} + 4uv^2\,\bar{j} + 3u^2v)\,\bar{k}$;

6.4. $\bar{r}(u,v) = (3u^2-5v^2)\,\bar{i} + 3uv^2\,\bar{j} - (3u-v^2)\,\bar{k}$;

6.5. $\bar{r}(u,v) = (2u^2-5v^2)\,\bar{i} + 4u^2v^2\,\bar{j} - (3u^2-v)\,\bar{k}$;

6.6. $\bar{r}(u,v) = (3u^2-2v^2)\,\bar{i} + 2u^2v^2\,\bar{j} - 3u^3v\,\bar{k}$;

6.7. $\bar{r}(u,v) = (2u^2-v)\,\bar{i} + 4u^2v^2\,\bar{j} - 3uv^3\,\bar{k}$;

6.8. $\bar{r}(u,v) = (4u^2-v^2)\,\bar{i} + 2u^3v\,\bar{j} - 4uv^3\,\bar{k}$;

6.9. $\bar{r}(u,v) = u^2v\,\bar{i} - 3uv^2\,\bar{j} + (u^2-v)\,\bar{k}$;

6.10. $\bar{r}(u,v) = (u^2v+4)\,\bar{i} + (3uv^2-4)\,\bar{j} - (u^2-v^2)\,\bar{k}$;

6.11. $\bar{r}(u,v) = \frac{1}{2}u^2v^2\,\bar{i} - 2uv^2\,\bar{j} + (u^2-v)\,\bar{k}$;

6.12. $\bar{r}(u,v) = \frac{1}{2}(u^2+v^2)\,\bar{i} - 2uv^2\,\bar{j} - (u^2-v^2)\,\bar{k}$;

6.13. $\bar{r}(u,v) = u^2v\,\bar{i} - 2uv^2\,\bar{j} - (3uv+4)\,\bar{k}$;

6.14. $\bar{r}(u,v) = (u^2v+4)\,\bar{i} + (2uv^2+4)\,\bar{j} - 2uv\,\bar{k}$;

6.15. $\bar{r}(u,v) = (u^2-v^2)\,\bar{i} + 4uv\,\bar{j} + (3u^2v-5)\,\bar{k}$;

6.16. $\bar{r}(u,v) = (u^2+2v^2)\,\bar{i} - 2uv\,\bar{j} + (2uv^2-4)\,\bar{k}$;

6.17. $\bar{r}(u,v) = \frac{1}{3}u^3v\,\bar{i} - \frac{1}{3}uv^3\,\bar{j} + (u-2v^2)\,\bar{k}$;

6.18. $\bar{r}(u,v) = (u^2-v^2)\,\bar{i} + 2uv\,\bar{j} + (u^3v-4)\,\bar{k}$;

6.19. $\bar{r}(u,v) = (u-v^2)\,\bar{i} + 4uv\,\bar{j} + (u^2v-4)\,\bar{k}$;

6.20. $\bar{r}(u,v) = u^3v\,\bar{i} - 2uv^3\,\bar{j} + (u^2-v^2)\,\bar{k}$;

6.21. $\bar{r}(u,v) = u^2v^2\,\bar{i} - 2uv^2\,\bar{j} + (u^2-v^2)\,\bar{k}$;

6.22. $\bar{r}(u,v) = u^2v\,\bar{i} + 4uv^2\,\bar{j} + (2u^3-3v)\,\bar{k}$;

6.23. $\bar{r}(u,v) = (2u^2-v^2)\,\bar{i} + 3uv^2\,\bar{j} + (u^2+4v)\,\bar{k}$;

6.24. $\bar{r}(u,v) = (u^2-2v^2)\,\bar{i} + 2uv^2\,\bar{j} + (u^2-4v)\,\bar{k}$;

6.25. $\bar{r}(u,v) = (u^2-v^2)\,\bar{i} + 3uv\,\bar{j} + (u+4v)\,\bar{k}$.

Задача 7. Найти кривизну и кручение кривой γ: $\bar{r} = \bar{r}(t)$ в точке $t = t_0$:

7.1. $\bar{r}(t) = (t - \sin t)\,\bar{i} + (1 + \cos t)\,\bar{j} + 2\sin t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/2;$

7.2. $\bar{r}(t) = 2\sin t\,\bar{i} + 3tg\,t\,\bar{j} + 2\cos t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/4;$

7.3. $\bar{r}(t) = 2\sin^2 t\,\bar{i} + 2\cos^2 t\,\bar{j} + \sin 2t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/4;$

7.4. $\bar{r}(t) = e^{-t}\,\bar{i} + e^{t}\,\bar{j} + t\,\bar{k}, \quad t_0 = 0;$

7.5. $\bar{r}(t) = (t^3 + 8t)\,\bar{i} + t^2\,\bar{j} + (t^5 + 3t)\,\bar{k}, \quad t_0 = 0;$

7.6. $\bar{r}(t) = 2t\,\bar{i} - 3t\,\bar{j} + \ln tg\,t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/4;$

7.7. $\bar{r}(t) = (t^2 - 3)\,\bar{i} + (t^3 + 2)\,\bar{j} + \ln t\,\bar{k}, \quad t_0 = 1;$

7.8. $\bar{r}(t) = (2t^2 - 5)\,\bar{i} + (t^2 - 2t)\,\bar{j} - \sqrt{5 - t^2}\,\bar{k}, \quad t_0 = 2;$

7.9. $\bar{r}(t) = (2 - t)\,\bar{i} + \sqrt{25 - t^2}\,\bar{j} + t^2\,\bar{k}, \quad t_0 = 4;$

7.10. $\bar{r}(t) = \ln(t - 3)\,\bar{i} - t\,\bar{j} + (t^2 - 16)\,\bar{k}, \quad t_0 = 4;$

7.11. $\bar{r}(t) = \sin t\,\bar{i} + \cos t\,\bar{j} + \dfrac{t}{2\pi}\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/2;$

7.12. $\bar{r}(t) = e^{t}\cos t\,\bar{i} + e^{t}\sin t\,\bar{j} + e^{t}\,\bar{k}, \quad t_0 = 0;$

7.13. $\bar{r}(t) = 2\sin t\,\bar{i} + tg\,t\,\bar{j} + 2\cos t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/4;$

7.14. $\bar{r}(t) = (4 - t^2/2)\,\bar{i} + (t^3 - 2)\,\bar{j} + (t^2 - 4)/t\,\bar{k}, \quad t_0 = 2;$

7.15. $\bar{r}(t) = 2(t - \sin t)\,\bar{i} + 2(1 - \cos t)\,\bar{j} + 3\sin t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/2;$

7.16. $\bar{r}(t) = 2e^{t}\,\bar{i} + 2e^{-t}\,\bar{j} + t\,\bar{k}, \quad t_0 = 0;$

7.17. $\bar{r}(t) = (t^3 + 8t)\,\bar{i} + 3t^2\,\bar{j} + (t^5 + 3t)\,\bar{k}, \quad t_0 = 1;$

7.18. $\bar{r}(t) = \sin\dfrac{t}{2}\,\bar{i} + \cos^2\dfrac{t}{2}\,\bar{j} + \dfrac{1}{2}\sin t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/2;$

7.19. $\bar{r}(t) = \sin 2t\,\bar{i} + \dfrac{3}{2}tg\,2t\,\bar{j} + \cos 2t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/8;$

7.20. $\bar{r}(t) = \sin^2 t\,\bar{i} + \sin t\cos t\,\bar{j} + \cos^2 t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/4;$

7.21. $\bar{r}(t) = 3\sqrt{t}\,\bar{i} + (t^2 - t)\,\bar{j} + (3t^5 + t)\,\bar{k}, \quad t_0 = 1;$

7.22. $\bar{r}(t) = \sqrt{10 - t^2}\,\bar{i} + (t^3 - 2t)\,\bar{j} + (4t - 3t^2)\,\bar{k}, \quad t_0 = 3;$

7.23. $\bar{r}(t) = \cos 2t\,\bar{i} - 3\sin 2t\,\bar{j} + 3ctg\,t\,\bar{k}, \quad t_0 = \pi/4;$

7.24. $\bar{r}(t) = (t^3 - 3)\,\bar{i} + (t^4 + 3)\,\bar{j} + \ln t\,\bar{k}, \quad t_0 = 1;$

7.25. $\bar{r}(t) = t^3\,\bar{i} - 2t\,\bar{j} + (3t^2 - 2t + 1)\,\bar{k}, \quad t_0 = 2.$

Задача 8. Дана линия в R_3: $\bar{r} = a\,tg\,t\,\bar{i} + b\cos t\,\bar{j} + b\sin t\,\bar{k}$ $(a \neq 0,\ b \neq 0,$ $0 \le t \le \frac{\pi}{2})$. Написать уравнения элементов трехгранника Френе: касательной, главной нормали, бинормали, а также соприкасающейся, нормальной и спрямляющейся плоскостей в точке $t = t_0$.

8.1. $a=3,\ b=2,\ t_0=\pi/6$;
8.2. $a=4,\ b=2,\ t_0=\pi/4$;
8.3. $a=4,\ b=3,\ t_0=\pi/3$;
8.4. $a=5,\ b=3,\ t_0=\pi/6$;
8.5. $a=5,\ b=3,\ t_0=\pi/4$;
8.6. $a=5,\ b=4,\ t_0=\pi/3$;
8.7. $a=6,\ b=2,\ t_0=\pi/6$;
8.8. $a=6,\ b=3,\ t_0=\pi/4$;
8.9. $a=6,\ b=4,\ t_0=\pi/3$;
8.10. $a=6,\ b=5,\ t_0=\pi/6$;
8.11. $a=2,\ b=3,\ t_0=\pi/4$;
8.12. $a=3,\ b=4,\ t_0=\pi/6$;
8.13. $a=2,\ b=5,\ t_0=\pi/4$;
8.14. $a=3,\ b=5,\ t_0=\pi/3$;
8.15. $a=4,\ b=5,\ t_0=\pi/6$;
8.16. $a=2,\ b=6,\ t_0=\pi/4$;
8.17. $a=3,\ b=6,\ t_0=\pi/3$;
8.18. $a=4,\ b=6,\ t_0=\pi/6$;
8.19. $a=5,\ b=6,\ t_0=\pi/4$;
8.20. $a=7,\ b=2,\ t_0=\pi/3$;
8.21. $a=7,\ b=3,\ t_0=\pi/6$;
8.22. $a=7,\ b=4,\ t_0=\pi/4$;
8.23. $a=7,\ b=5,\ t_0=\pi/3$;
8.24. $a=7,\ b=6,\ t_0=\pi/6$;
8.25. $a=2,\ b=7,\ t_0=\pi/4$.

Задача 9. Дана поверхность (тор)

$$\bar{r}(u,v) = (a + b\cos v)\cos u\,\bar{i} + (a + b\sin v)\sin u\,\bar{j} + b\cos v\,\bar{k}\ \ (a > b > 0).$$

Написать уравнения касательной плоскости тора в произвольной точке и в точке (u_0, v_0).

9.1. $a=5,\ b=3,\ u_0=\pi/3,\ v_0=\pi/4$;
9.2. $a=10,\ b=2,\ u_0=\pi/4,\ v_0=\pi/3$;
9.3. $a=9,\ b=2,\ u_0=\pi/6,\ v_0=\pi/4$;
9.4. $a=8,\ b=3,\ u_0=\pi/3,\ v_0=\pi/3$;
9.5. $a=7,\ b=2,\ u_0=\pi/3,\ v_0=\pi/6$;
9.6. $a=8,\ b=7,\ u_0=\pi/4,\ v_0=\pi/4$;
9.7. $a=11,\ b=9,\ u_0=\pi/4;\ v_0=\pi/6$;
9.8. $a=11,\ b=7,\ u_0=\pi/6,\ v_0=\pi/6$;
9.9. $a=11,\ b=3,\ u_0=\pi/6,\ v_0=\pi/3$;
9.10. $a=12,\ b=4,\ u_0=3\pi/4,\ v_0=\pi/3$;

9.11. $a=12$, $b=3$, $u_0=3\pi/4$, $v_0=\pi/4$;
9.12. $a=12$, $b=5$, $u_0=2\pi/3$, $v_0=\pi/6$;
9.13. $a=13$, $b=6$, $u_0=7\pi/6$, $v_0=2\pi/3$;
9.14. $a=14$, $b=2$, $u_0=5\pi/3$, $v_0=2\pi/3$;
9.15. $a=14$, $b=8$, $u_0=11\pi/6$, $v_0=\pi/4$;
9.16. $a=13$, $b=3$, $u_0=11\pi/6$, $v_0=4\pi/3$;
9.17. $a=12$, $b=11$, $u_0=5\pi/3$, $v_0=7\pi/6$;
9.18. $a=11$, $b=10$, $u_0=\pi/4$, $v_0=7\pi/6$;
9.19. $a=13$, $b=9$, $u_0=\pi/6$; $v_0=5\pi/3$;
9.20. $a=13$, $b=10$, $u_0=\pi/3$, $v_0=11\pi/6$;
9.21. $a=13$, $b=11$, $u_0=11\pi/6$, $v_0=11\pi/6$;
9.22. $a=13$, $b=9$, $u_0=5\pi/3$, $v_0=\pi/3$;
9.23. $a=14$, $b=13$, $u_0=11\pi/6$, $v_0=3\pi/4$;
9.24. $a=15$, $b=13$, $u_0=7\pi/6$, $v_0=\pi/4$;
9.25. $a=15$, $b=2$, $u_0=5\pi/3$, $v_0=7\pi/6$.

Задача 10. Дана поверхность (катеноид)

$$\bar{r}(u,v)=\sqrt{u^2+a^2}\cos v\,\bar{i}+\sqrt{u^2+a^2}\sin v\,\bar{j}+a\ln(u+\sqrt{u^2+a^2})\,\bar{k}\quad (a>0).$$

Написать первую и вторую квадратичные формы поверхности.

10.1. $a=2$;
10.2. $a=3$;
10.3. $a=4$;
10.4. $a=5$;
10.5. $a=6$;
10.6. $a=7$;
10.7. $a=8$;
10.8. $a=9$;
10.9. $a=10$;
10.10. $a=11$;
10.11. $a=12$;
10.12. $a=13$;
10.13. $a=14$;
10.14. $a=15$;
10.15. $a=16$;
10.16. $a=17$;
10.17. $a=18$;
10.18. $a=19$;
10.19. $a=20$;
10.20. $a=21$;
10.21. $a=22$;
10.22. $a=23$;
10.23. $a=24$;
10.24. $a=25$;
10.25. $a=26$.

Задача 11. Найти главные, полную и среднюю кривизны геликоида $\bar{r}(u,v)=u\cos v\,\bar{i}+u\sin v\,\bar{j}+uv\,\bar{k}$ в точке $u=u_0$, $v=v_0$.

11.1. $a=2$, $u_0=\pi/3$, $v_0=\pi/4$;
11.2. $a=3$, $u_0=\pi/4$, $v_0=\pi/3$;
11.3. $a=4$, $u_0=\pi/6$, $v_0=\pi/4$;
11.4. $a=5$, $u_0=\pi/3$, $v_0=\pi/3$;
11.5. $a=6$, $u_0=\pi/3$, $v_0=\pi/6$;
11.6. $a=7$, $u_0=\pi/4$, $v_0=\pi/4$;
11.7. $a=8$, $u_0=\pi/4$, $v_0=\pi/6$;
11.8. $a=9$, $u_0=\pi/6$, $v_0=\pi/6$;

11.9. $a = 10$, $u_0 = \pi/6$, $v_0 = \pi/3$;
11.10. $a = 11$, $u_0 = 3\pi/4$, $v_0 = \pi/3$;
11.11. $a = 12$, $u_0 = 3\pi/4$, $v_0 = \pi/4$;
11.12. $a = 13$, $u_0 = 2\pi/3$, $v_0 = \pi/6$;
11.13. $a = 14$, $u_0 = 7\pi/6$, $v_0 = 2\pi/3$;
11.14. $a = 15$, $u_0 = 5\pi/3$, $v_0 = 2\pi/3$;
11.15. $a = 13$, $u_0 = 11\pi/6$, $v_0 = \pi/4$;
11.16. $a = 14$, $u_0 = 11\pi/6$, $v_0 = 4\pi/3$;
11.17. $a = 13$, $u_0 = 5\pi/3$, $v_0 = 7\pi/6$;
11.18. $a = 12$, $u_0 = \pi/4$, $v_0 = 7\pi/6$;
11.19. $a = 11$, $u_0 = \pi/6$, $v_0 = 5\pi/3$;
11.20. $a = 10$, $u_0 = \pi/3$, $v_0 = 11\pi/6$;
11.21. $a = 9$, $u_0 = 11\pi/6$, $v_0 = 11\pi/6$;
11.22. $a = 8$, $u_0 = 5\pi/3$, $v_0 = \pi/3$;
11.23. $a = 7$, $u_0 = 11\pi/6$, $v_0 = 3\pi/4$;
11.24. $a = 6$, $u_0 = 7\pi/6$, $v_0 = \pi/4$;
11.25. $a = 5$, $u_0 = 5\pi/3$, $v_0 = 7\pi/6$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии. Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников. /Сост.: А.Н.Быкова, Н.В.Григорьева, Р.И.Медведева, Н.Д.Поляков, Л.Б.Шитова. Чебоксары, 1999.
2. Беклемишев Я.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1984.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука, 1980.
4. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. М.: Наука, 1979.
5. Данко П.Е., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: Высшая школа, 1974. Ч. I.
6. Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы. М.: Физматгиз, 1962-1963; М.: Наука, 1964-1975.
7. Кайгородов В.Р. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1985.
8. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1965-1980.
9. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). М.: Высшая школа, 1983.
10. Куликов П.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1979.
11. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1971.
12. Парнасский Н.В., Парнасская О.Е. Многомерные пространства. Квадратичные формы и квадрики. М.: Просвещение, 1978.
13. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. М.: Изд-во Московского ун-та, 1990.

ОГЛАВЛЕНИЕ

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Типовые расчеты

Отв. за выпуск М.М.Федорова

Подписано в печать 18.09.2000. Формат 60x84/16. Бумага писчая.
Печать оперативная. Усл. печ. л. 4,42. Уч.-изд. л. 3,0. Тираж 1000.
Заказ № 381.

Чувашский государственный университет
Типография университета
428015 Чебоксары, Московский просп., 15