

Алгебра событий. Классическое определение вероятности

Под «событием» в теории вероятностей понимается всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.

Основным понятием теории вероятностей является понятие случайного события.

Случайным событием называется событие, которое при осуществлении некоторых условий может произойти или не произойти.

Событие называется **достоверным**, если в результате испытания оно обязательно происходит.

Пример достоверного события – выпадение не более 6 очков при бросании одной игральной кости.

Невозможным называется событие, которое в результате испытания произойти не может.

Примеры случайных событий:

A – появление герба при бросании монеты;

B – появление трех гербов при трехкратном бросании монеты;

C – попадание в цель при выстреле;

Совокупность событий образуют полную группу, если в результате испытания непременно должно появиться хотя бы одно из них.

Примеры событий, образующих полную группу:

1) выпадение герба и выпадение цифры при бросании монеты;

2) появление 1,2, 3, 4, 5, 6 очков при бросании игральной кости;

Несколько событий называются несовместными в данном испытании, если никакие два из них не могут появиться вместе.

Примеры несовместных событий:

- 1) выпадение герба и выпадение цифры при бросании монеты;
- 2) попадание и промах при одном выстреле;

Несколько событий в данном опыте называются равновозможными, если по условиям симметрии есть основание считать, что ни одно из этих событий не является объективно более возможным, чем другое.

Примеры равновозможных событий:

- 1) выпадение герба и выпадение цифры при бросании монеты;
- 2) появление 1, 3, 4, 5 очков при бросании игральной кости;

Существуют группы событий, обладающие всеми тремя свойствами: они образуют полную группу, несовместны и равновозможны;

Пример.

Появление герба и цифры при бросании монеты.

Выпадение очков 1, 2, 3, 4, 5, 6 при бросании игральной кости.

События, образующие такую группу, называются **элементарными событиями** (иначе «исходами»).

Элементарное событие называется **благоприятствующим** некоторому событию, если его появление влечет за собой появление данного события.

Пример.

При бросании игральной кости возможны шесть элементарных исходов: появление очков **1, 2, 3, 4, 5, 6**.

Из них событию **A** – появлению нечетного числа очков – благоприятствуют три элементарных исхода: **1, 3, 5**.

Пусть в результате испытания могут наступать только n равновозможных исходов (элементарные события):

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$$

$$P(\omega_i) = \frac{1}{n}$$

Любое подмножество множества Ω называют случайным событием A

Если элементарные события принадлежат множеству A , то говорят,

что они благоприятствуют событию A

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пример 1. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях сумма числа очков не превосходит 5;

«+»	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10}{36}$$

Пример 2. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение числа очков делится на 6.

«х»	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{15}{36}$$

Свойства:

$$0 < P(A) < 1$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

Часто приходится иметь дело с задачами, в которых требуется найти число всех возможных комбинаций заданных объектов или число способов извлечения комбинаций из заданного множества.

Сколько существует различных автомобильных номеров, состоящих из 3 цифр, за которыми следуют 3 буквы?

Сколькими способами могут распределиться призовые места на чемпионате мира по футболу?

Задачи такого типа называют комбинаторными, а раздел математики, изучающий способы их решения – комбинаторикой.

Сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Размещения

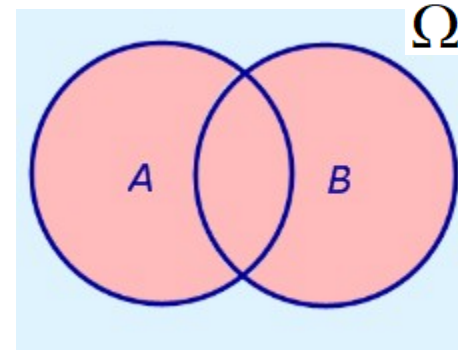
$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)(n-2)\dots[n-(k-1)]$$

Перестановки

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

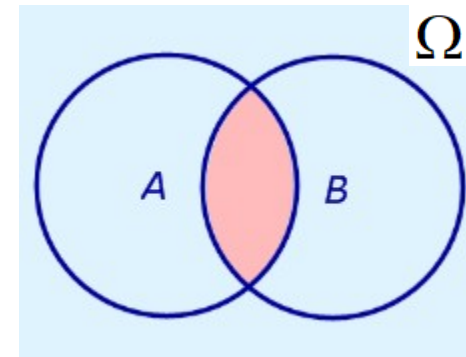
Сумма двух событий

$$A + B \text{ или } A \cup B$$

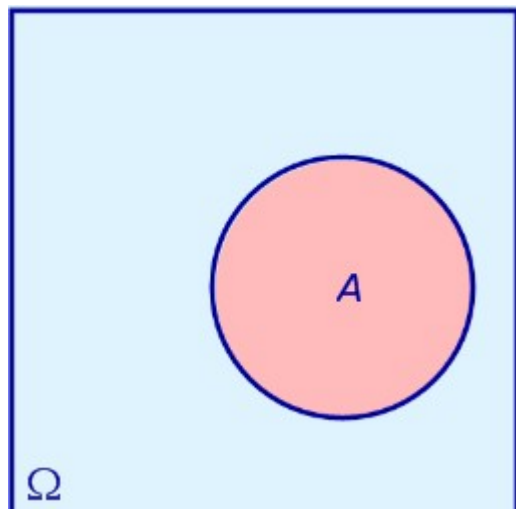


Произведение двух событий

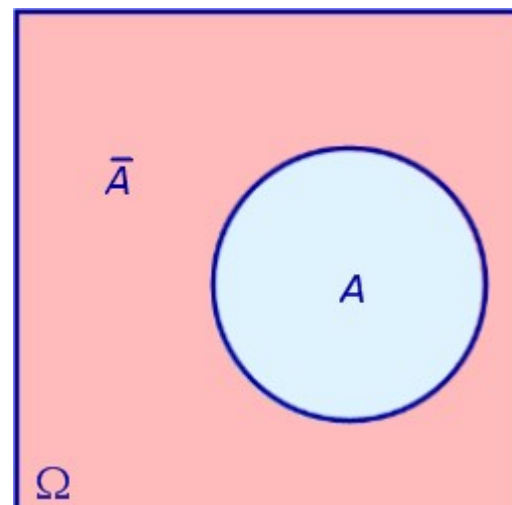
$$A \cdot B, \text{ или } AB, \text{ или } A \cap B.$$



Событие A

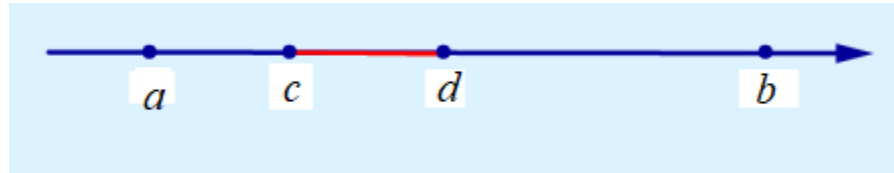


Противоположное событие



Геометрическое определение вероятности

Для введения вероятности событий в случайных экспериментах, возможные результаты которых (элементарные исходы) также являются **равновозможными** и **целиком заполняют отрезок** прямой линии, **фигуру** на плоскости или **область** в пространстве, применяется **геометрическое определение вероятности**.



$$A = [c, d]$$

$$\Omega = [a, b]$$

$$P(A) = \frac{\text{длина отрезка } A}{\text{длина отрезка } \Omega}$$

$$P(A) = \frac{\text{mes } A}{\text{mes } \Omega}$$